



GOBIERNO DE  
MÉXICO

EDUCACIÓN  
SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA



# Guía Pedagógica y de Evaluación del módulo Análisis derivativo de funciones

# **I. Guía Pedagógica del Módulo Análisis derivativo de funciones**

**Editor:** Colegio Nacional de Educación Profesional Técnica

**Guía pedagógica y de evaluación del Módulo:** Análisis derivativo de funciones

**Carrera(s):** Aplica a todas las carreras.

**Semestre:** Cuarto.

**Horas por semestre:** 54

**Créditos:** 5

© Colegio Nacional de Educación Profesional Técnica

**Fecha de diseño o actualización:** 4 de noviembre de 2019.

**Vigencia:** Dos años, en tanto no se produzca un documento que lo anule o desaparezca el objeto del actual.

Prohibida la reproducción total o parcial de esta obra por cualquier medio, sin autorización por escrito del CONALEP.

## Directorio

Director General  
**Enrique Ku Herrera**

Secretario General  
**Rolando de Jesús López Saldaña**

Secretario Académico  
**David Fernando Beciez González**

Secretaria de Administración  
**Aida Margarita Ménez Escobar**

Secretario de Planeación y Desarrollo  
Institucional  
**Rosalío Tabla Cerón**

Secretario de Servicios Institucionales  
**José Antonio Gómez Mandujano**

Director Corporativo de Asuntos Jurídicos  
**José Luis Martínez Garza**

Titular de la Unidad de Estudios e Intercambio  
Académico  
**María del Carmen Verdugo Reyes**

Director Corporativo de Tecnologías Aplicadas  
**Iván Flores Benítez**

Directora de Diseño Curricular  
**Marisela Zamora Anaya**

Coordinadores de la Dirección de Diseño  
Curricular:

Áreas Básicas y de Servicios  
**Caridad del Carmen Cruz López**

Áreas de Mantenimiento e Instalación,  
Electricidad, Electrónica y TIC  
**Nicolás Guillermo Pinacho Burgoa**

Áreas de Procesos de Producción y  
Transformación  
**Norma Elizabeth García Prado**

Recursos Académicos  
**Maritza E. Huitrón Miranda**

Ambientes Académicos y Bibliotecas  
**Eric Durán Dávila**

## Módulo: Análisis derivativo de funciones

### Contenido

	Pág.
<b>I: Guía pedagógica</b>	
1 Descripción	6
2 Datos de identificación del estándar de competencia	7
3 Generalidades pedagógicas	8
4 Orientaciones didácticas y estrategias de aprendizaje por unidad	10
5 Prácticas / Actividades	21
<b>II: Guía de evaluación</b>	
6 Descripción	60
7 Tabla de ponderación	63
8 Desarrollo de actividades de evaluación	64
9 Matriz de valoración o rúbrica	74

## 1. Descripción

La Guía Pedagógica es un documento que integra elementos técnico-metodológicos planteados de acuerdo con los principios y lineamientos del **Modelo Académico del CONALEP** para orientar la práctica educativa del docente en el desarrollo de competencias previstas en los programas de estudio.

La finalidad que tiene esta guía es facilitar el aprendizaje de los alumnos, encauzar sus acciones y reflexiones y proporcionar situaciones en las que desarrollará las competencias. El docente debe asumir conscientemente un rol que facilite el proceso de aprendizaje, proponiendo y cuidando un encuadre que favorezca un ambiente seguro en el que los alumnos puedan aprender, tomar riesgos, equivocarse extrayendo de sus errores lecciones significativas, apoyarse mutuamente, establecer relaciones positivas y de confianza, crear relaciones significativas con adultos a quienes respetan no por su estatus como tal, sino como personas cuyo ejemplo, cercanía y apoyo emocional es valioso.

Es necesario destacar que el desarrollo de la competencia se concreta en el aula, ya que **formar con un enfoque en competencias significa crear experiencias de aprendizaje para que los alumnos adquieran la capacidad de movilizar, de forma integral, recursos que se consideran indispensables para saber resolver problemas en diversas situaciones o contextos**, e involucran las dimensiones cognitiva, afectiva y psicomotora; por ello, los programas de estudio, describen las competencias a desarrollar, entendiéndolas como la combinación integrada de conocimientos, habilidades, actitudes y valores que permiten el logro de un desempeño eficiente, autónomo, flexible y responsable del individuo en situaciones específicas y en un contexto dado. En consecuencia, la competencia implica la comprensión y transferencia de los conocimientos a situaciones de la vida real; ello exige relacionar, integrar, interpretar, inventar, aplicar y transferir los saberes a la resolución de problemas. Esto significa que **el contenido, los medios de enseñanza, las estrategias de aprendizaje, las formas de organización de la clase y la evaluación se estructuran en función de la competencia a formar**; es decir, el énfasis en la proyección curricular está en lo que los alumnos tienen que aprender, en las formas en cómo lo hacen y en su aplicación a situaciones de la vida cotidiana y profesional.

Considerando que el alumno está en el centro del proceso formativo, se busca acercarle elementos de apoyo que le muestren qué **competencias** va a desarrollar, cómo hacerlo y la forma en que se le evaluará. Es decir, mediante la guía pedagógica el alumno podrá **autogestionar su aprendizaje** a través del uso de estrategias flexibles y apropiadas que se transfieran y adopten a nuevas situaciones y contextos e ir dando seguimiento a sus avances a través de una autoevaluación constante, como base para mejorar en el logro y desarrollo de las competencias indispensables para un crecimiento académico y personal.

2. Datos de identificación del estándar de competencia

Título	Matemáticas aplicadas		
Código	ACT WorkKeys	Nivel de Competencia	5
Elementos de Competencia Laboral			
<p>Las personas con este nivel pueden plantarse y resolver problemas que impiden cálculos de varios pasos utilizando una combinación de números enteros, fracciones, decimales o porcentajes cuando la información se presenta siguiendo un orden lógico. Para mejorar sus habilidades:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Plántese y resuelva problemas que impliquen cálculos de varios pasos con información adicional o información desordenada.</li> <li>• Decida la información, cálculos, conversiones de unidades y fórmulas que necesita para resolver el problema.</li> <li>• Calcule áreas o volúmenes simples de sólidos rectangulares.</li> <li>• Repase las operaciones de cada paso para comprobar que los cálculos sean correctos y que ha resuelto el problema que se planteaba.</li> </ul>			

### 3. Generalidades pedagógicas

Con el propósito de difundir los criterios a considerar en la instrumentación de la presente guía, se describen algunas consideraciones respecto al desarrollo e intención de las competencias expresadas en los módulos correspondientes a la formación disciplinar básica y profesional.

En primer término, es importante señalar que los principios asociados a la concepción constructivista del aprendizaje mantienen una estrecha relación con los de la educación basada en competencias, la cual se ha concebido en el Colegio como el enfoque idóneo para orientar la formación ocupacional de los futuros profesionales técnicos y profesional técnicos-bachiller. Este enfoque constituye una de las opciones más viables para lograr la vinculación entre la educación y el sector productivo de bienes y servicios.

Considerando que el alumno está en el centro del proceso formativo, se busca acercarle elementos de apoyo que le muestren qué competencias va a desarrollar, cómo hacerlo y la forma en que se le evaluará. Es decir, mediante la guía pedagógica el alumno podrá autogestionar su aprendizaje a través del uso de estrategias flexibles y apropiadas que se transfieran y adapten a nuevas situaciones y contextos e ir dando seguimiento a sus avances a través de una autoevaluación constante, como base para mejorar en el logro y desarrollo de las competencias indispensables para un crecimiento académico y personal.

El docente tiene que asumir conscientemente un rol que facilite el proceso de aprendizaje, proponiendo y cuidando un encuadre que favorezca un ambiente seguro en el que los alumnos puedan aprender, apoyarse mutuamente y establecer relaciones positivas y de confianza. Asimismo, debe promover la transversalidad de los aprendizajes para el desarrollo de las competencias que permitirán a egresados enfrentar, con éxito, los desafíos de la sociedad futura.

Las propuestas metodológicas para abordar la transversalidad son:

- Conectar los conceptos y teorías de la asignatura entre sí para favorecer la comprensión de las relaciones entre los diferentes ejes y componentes.
- Incorporar metodologías para que el aprendizaje de las ciencias contribuya al desarrollo de competencias en argumentación y comunicación, tanto oral como escrita.

- Contextualizar los contenidos de estudio, a partir de situaciones que sean realista y abordables en el aula, pero a la vez cognitivamente cercanas y retadoras. Los problemas locales y globales son fuente de este tipo de problemáticas en las que los abordajes unidisciplinarios se quedan cortos y generan la impresión de artificialidad de su estudio en el contexto escolar.

Se consideran dos relaciones de transversalidad:

- La que se logra con la articulación de los aprendizajes esperados de los módulos que se imparten en el mismo semestre.
- La que se refiere a los aprendizajes como un continuo articulado a lo largo del mapa curricular y que se promueve entre módulos de distintos semestres y/o entre algunos módulos del mismo campo disciplinar.

#### 4. Orientaciones didácticas y estrategias de aprendizaje por unidad

<b>Unidad I (Contenido central)</b>	Aplicación de la derivada con estrategias variacionales
<b>Orientaciones Didácticas</b>	

Para el desarrollo de la presente unidad se recomienda al docente:

- Realizar la sesión de encuadre para establecer en conjunto con los alumnos las normas aplicables a las sesiones de clase a desarrollar, la programación la asignación de tareas, actividades y las evaluaciones; enfatizar en la importancia que tiene la participación de los alumnos enriquecer el aprendizaje de todo el grupo, con el fin de incentivar en el cumplimiento voluntario y oportuno.
- Fortalecer la reflexión y el razonamiento como elementos precedentes a la aplicación de cualquier fórmula del cálculo de límites y derivadas de funciones algebraicas, trigonométricas y trascendentales, a través de situaciones cercanas a los alumnos, como eventos de la vida cotidiana o el desarrollo profesional en la carrera que están cursando.
- Crear situaciones didácticas contextualizadas que indiquen a los alumnos la utilidad o aplicación del cálculo diferencial en el ejercicio de la carrera profesional.
- Facilitar la interpretación de los problemas dentro del contexto profesional de los alumnos, por medio de la elaboración y análisis de gráficas y con términos que dominen en su carrera o en la vida cotidiana.
- Promover una dinámica grupal de trabajo colaborativo, a través de la realización de los ejercicios o actividades de aprendizaje, durante el transcurso de cada sesión para favorecer el intercambio constructivo de ideas.
- Precisar los contenidos y propósitos de esta unidad renovando la motivación con que cuenta el alumno, para realizarlos en conjunto con los de todo el módulo, así como hacer evidente la relación con módulos anteriores y posteriores.
- Promover el uso de las tecnologías de la información y la comunicación para el cálculo de derivadas, como el uso de simuladores en páginas de internet y los auxiliares para la graficación de las mismas.

- Presentar al alumno esta primera unidad como base para poder realizar el determinar las características de las funciones, como herramientas de predicción para el comportamiento de una variable, así como el dominio, rango, operaciones básicas con representación gráfica.
- Mostrar la aplicación de las operaciones básicas, el cálculo de límites por medio de las leyes de los mismos, así como los métodos algebraicos para su obtención, el cálculo de derivadas de funciones algebraicas, trigonométricas y trascendentales, con ejemplos cotidianos.
- Promover en el estudiante el cálculo de los límites de funciones para hallar tangentes y velocidades, pero sobre todo, la interpretación geométrica de la derivada de una función, aplicando las reglas y fórmulas para su obtención.
- Promover la elaboración de ejercicios relacionados con el manejo de funciones, el cálculo de límites y derivadas aplicando teoremas, fórmulas y métodos algebraicos para su solución en problemas diversos en diferentes campos de la ciencia, con el desarrollo general de los contenidos de la unidad, tanto de forma individual como en grupo, favoreciendo su análisis, co-evaluación y retroalimentación grupal en ambos casos.
- Facilita el proceso de homogeneización de las capacidades lógico-matemáticas del grupo con la finalidad de que sus alumnos logren identificar las propiedades generales de las funciones y el cálculo de límites, además de la interpretación geométrica de las derivadas de funciones para el desarrollo de esta unidad.
- Representa el concepto construido a sus aplicaciones prácticas en el entorno del alumno, es decir, fomentar la observación de la variación de una recta secante, hacia una recta tangente a la gráfica de una función y la forma de cómo puede determinarse utilizando el concepto de derivada.
- Efectuar el cierre de ciclos de aprendizaje no solamente al concluir cada tema o subtema, sino de cada sesión de clase, con la finalidad de lograr un proceso lógico de enseñanza-aprendizaje, en el que el alumno pueda apreciar tanto sus logros cotidianos y la importancia de su esfuerzo y constancia, como la importancia de la afirmación de sus capacidades para dar paso a la adquisición de nuevas competencias.

En esta unidad se deben desarrollar las siguientes **competencias genéricas**:

- 1 Se conoce y valora a sí mismo y aborda problemas y retos teniendo en cuenta los objetivos que persigue.
  - 1.1 Enfrenta las dificultades que se le presentan y es consciente de sus valores, fortalezas y debilidades.

- 1.2 Identifica sus emociones, las maneja de manera constructiva y reconoce la necesidad de solicitar apoyo ante una situación que lo rebase.
- 2 Es sensible al arte y participa en la apreciación e interpretación de sus expresiones en distintos géneros.
  - 2.1 Valora el arte como manifestación de la belleza y expresión de ideas, sensaciones y emociones.
- 4 Escucha, interpreta y emite mensajes en distintos contextos mediante la utilización de medios, códigos y herramientas apropiados.
  - 4.2. Aplica distintas estrategias comunicativas según quienes sean sus interlocutores, el contexto en el que se encuentra y los objetivos que persigue.
- 8 Participa y colabora de manera efectiva en equipos diversos.
  - 8.1 Propone maneras de solucionar un problema o desarrollar un proyecto en equipo, definiendo un curso de acción con pasos específicos.
  - 8.2 Aporta puntos de vista con apertura y considera los de otras personas de manera reflexiva.
  - 8.3 Asume una actitud constructiva, congruente con los conocimientos y habilidades con los que cuenta dentro de distintos equipos de trabajo.

Estrategias de Aprendizaje	Recursos didácticos
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Repasar el contenido de los módulos que integran el campo disciplinar de matemáticas (Manejo de espacios y cantidades, Representación simbólica y angular del entorno y Representación algebraica y gráfica de relaciones).</li> <li>• Participar en la evaluación diagnóstica.</li> <li>• Realizar una investigación en internet de las áreas de estudio del cálculo diferencial y sus aplicaciones en el mundo actual.</li> <li>• Evaluar funciones para determinar el comportamiento y la gráfica de funciones algebraicas, trigonométricas y trascendentales.</li> </ul>	<p>Cantoral, R. y Montiel, G. (2014). Precálculo un enfoque visual. México, Editorial Pearson.</p> <p>Zill, D., y Wright, W. (2011). Matemáticas 1 Cálculo diferencial. México, Editorial Mc. Graw-Hill.</p> <p>Villanueva, O. (2012). Cálculo en Fenómenos Naturales y Procesos Sociales. México, Secretaría de Educación Pública.</p> <p>Martinez, E. (2012). Variación en Procesos Sociales. México, Secretaria de Educación Pública.</p>

Estrategias de Aprendizaje	Recursos didácticos
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Realizar una investigación bibliográfica o en Internet acerca de las técnicas de graficación de funciones algebraicas, trigonométricas y trascendentales.</li> <li>• Realiza la actividad núm. 1 “Determinar la gráfica, el dominio y la imagen de las funciones.”</li> <li>• Analiza la relación entre las gráficas y el comportamiento de una variable, que al mismo tiempo se expresa con fórmulas algebraicas.</li> <li>• Realiza la actividad núm. 2 “Identificar el tipo de función, el dominio y el contradominio.”</li> <li>• Realiza los ejercicios de la actividad núm. 3 “Graficar las funciones identificando el tipo de función, el dominio y el contradominio.”</li> <li>• Soluciona los problemas que se desarrollan en la actividad núm. 4 “Resolver operaciones con dos funciones suma, diferencia, producto, cociente, composición y la función inversa de las funciones dadas.”</li> <li>• Analiza el comportamiento de una variable con la actividad núm. 5 “Deduce el modelo matemático, analiza y reflexiona sobre el comportamiento de la variable dependiente”</li> <li>• Resume en un mapa mental los temas principales sobre los elementos, clasificación, cálculo y modelación de funciones, para relacionar los conceptos con su aplicación.</li> <li>• <b>Realizar la actividad de evaluación 1.1.1. considerando el apartado “Desarrollo de actividades de evaluación”.</b></li> <li>• Realizar una investigación bibliográfica acerca de la definición de límite de una función algebraica, trigonométrica y trascendental, exponiendo las definiciones ante el grupo.</li> <li>• Investigar y elaborar un listado en equipo y presentarlo ante sus compañeros de los teoremas para el cálculo de límites de funciones.</li> </ul>	<p>INITE, (2009). Cálculo diferencial. Sexta edición, México, Ediciones Instituto Internacional de Investigación de Tecnología Educativa, S. C.</p> <p>Purcel, E., Varberg, D., y Rigdon, S. (2007). Calculo diferencial e integral. México, Editorial Pearson Education.</p> <p>Stewart, J. (2007). Calculo diferencial e integral. Segunda edición, México, Internacional Thomson editores.</p> <p>Hernández E. (2019) Calculo Diferencial e Integral con aplicaciones. Recuperado el 3 de octubre del 2019 de: <a href="https://tecdigital.tec.ac.cr/revistamatematica/Libros/Calculo_Diferencial_Integral/CALCULO_D_I_ELSIE.pdf">https://tecdigital.tec.ac.cr/revistamatematica/Libros/Calculo_Diferencial_Integral/CALCULO_D_I_ELSIE.pdf</a></p> <p>SEMS (2017). Plataforma de acompañamiento docente para el campo disciplinar de Matemáticas Recuperado el 3 de octubre del 2019 de: <a href="http://matematicas.cosdac.sems.gob.mx/matematicas/">http://matematicas.cosdac.sems.gob.mx/matematicas/</a></p> <p>Ylé A., Juárez J., Vizcarra F., (2012). Calculo I, Calculo diferencial para bachillerato. Recuperado el 3 de octubre del 2019 de: <a href="http://dgep.uas.edu.mx/librosdigitales/5to_S_EMESTRE/41_Calculo_Diferencial_I.pdf">http://dgep.uas.edu.mx/librosdigitales/5to_S_EMESTRE/41_Calculo_Diferencial_I.pdf</a></p> <p>Villa Morales J. (2015). Calculo Diferencial. Recuperado el 3 de octubre del 2019 de: <a href="https://www.uaa.mx/direcciones/dgdv/editorial/docs/calculo_diferencial.pdf">https://www.uaa.mx/direcciones/dgdv/editorial/docs/calculo_diferencial.pdf</a></p>

Estrategias de Aprendizaje	Recursos didácticos
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Resolver los ejercicios planteados en la actividad núm. 6 “Cálculo de límites de funciones”.</li> <li>• Realizar la actividad núm. 7 “Cálculo de límites laterales”.</li> <li>• Indicar las aplicaciones en los indicadores del precio de un producto o servicio en una microempresa, de preferencia en equipos pequeños.</li> <li>• Realizar la actividad núm. 8 “Cálculo de límites determinados e indeterminados”.</li> <li>• Colaborar con tu equipo de trabajo para encontrar la aplicación que tienen los límites determinados e indeterminados en la carrera que estudias.</li> <li>• Representar gráficamente los límites de funciones en un sistema de ejes coordenado en forma cartesiana.</li> <li>• Resolver los ejercicios de la actividad núm. 9 “Cálculo de límites”.</li> <li>• Elaborar las gráficas para identificar el comportamiento de la variable con base en los parámetros del movimiento lineal.</li> <li>• Realizar la actividad núm. 10 “Determina las razones del cambio de una variable”.</li> <li>• Analiza con tus compañeros la utilidad de las propiedades de las derivadas y las aplicaciones que tienen en la carrera que cursan.</li> <li>• <b>Realizar la actividad de evaluación 1.2.1, considerando el apartado “Desarrollo de actividades de evaluación”.</b></li> <li>• Realizar una investigación en diferentes fuentes acerca de la continuidad de funciones algebraicas, trigonométricas, trascendentales y por partes, aplicando los teoremas y métodos para la solución.</li> <li>• Representar gráficamente las funciones algebraicas, trigonométricas, trascendentales y por parte en un sistema de ejes coordenado en forma cartesiana, identificando la continuidad o discontinuidad de cada una de ellas.</li> </ul>	<p>Instituto Politécnico Nacional (2011). Guía de aprendizaje de cálculo diferencial. Recuperado el 3 de octubre del 2019 de: <a href="https://www.ipn.mx/assets/files/cecyl1/docs/Guias/UABasicas/Matematicas/calculo-diferencial.PDF">https://www.ipn.mx/assets/files/cecyl1/docs/Guias/UABasicas/Matematicas/calculo-diferencial.PDF</a></p> <p>Alaníz J., Espejel R., Flores M., Luque A., Martínez Á., Cálculo Diferencial e Integral. Recuperado el 3 de octubre del 2019 de: <a href="https://www.conevyt.org.mx/bachillerato/material_bachilleres/cb6/5sempdf/cad2pdf/calculo1_fasc2.pdf">https://www.conevyt.org.mx/bachillerato/material_bachilleres/cb6/5sempdf/cad2pdf/calculo1_fasc2.pdf</a></p> <p>Khan Academy. Plataforma del 5to Semestre de bachillerato para Cálculo diferencial. Recuperado el 3 de octubre del 2019 de: <a href="https://es.khanacademy.org/math/eb-5- semestre-bachillerato">https://es.khanacademy.org/math/eb-5- semestre-bachillerato</a></p> <p>Khan Academy. Plataforma de Calculo Diferencial. Recuperado el 3 de octubre del 2019 de: <a href="https://es.khanacademy.org/math/diferencial-calculus">https://es.khanacademy.org/math/diferencial-calculus</a></p> <p>Math2me, Plataforma de enseñanza a través de YouTube. Recuperado el 3 de octubre del 2019 de: <a href="http://math2me.com/">http://math2me.com/</a></p> <p>Universidad Nacional Autónoma de México, Plataforma de Lecciones de Calculo Diferencial e Integral. Recuperado el 3 de octubre del 2019 de: <a href="http://www.objetos.unam.mx/matematicas/leccionesMatematicas/index_calculo.html">http://www.objetos.unam.mx/matematicas/leccionesMatematicas/index_calculo.html</a></p>

Estrategias de Aprendizaje	Recursos didácticos
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Realizar la actividad núm. 11 “Continuidad de una función”.</li> <li>• Resolver los ejercicios de la actividad núm. 12 “Funciones creciente y decreciente”.</li> <li>• Elaborar conclusiones, en equipo, sobre la cuantificación de los factores que intervienen para que una variable cambie.</li> <li>• <b>Realizar la actividad de evaluación 1.3.1, considerando el apartado “Desarrollo de actividades de evaluación”.</b></li> </ul>	<p>WeKnow, Plataforma educativa.                      Recuperado el 3 de octubre del 2019 de:  <a href="http://recursos.salonesvirtuales.com/maticas/bachillerato/calculo-diferencial/#.XZY9DEYzYdV">http://recursos.salonesvirtuales.com/maticas/bachillerato/calculo-diferencial/#.XZY9DEYzYdV</a></p>

**Unidad II  
(Contenido central)**

Representación de la derivada como función.

**Orientaciones Didácticas**

Para el desarrollo de la presente unidad se recomienda al docente:

- Facilitar la comprensión de las características y el análisis de las variables que se manejan en cada problema, para que cuenten con los elementos para argumentar sus respuestas e interpretar sus gráficas con el lenguaje adecuado su desarrollo profesional.
- Hacer énfasis en la aplicación del pensamiento algebraico, para la caracterización de las variables, el planteamiento de los problemas, descifrar el comportamiento de las variables, las propiedades de las derivadas y de los máximos y mínimos de una función necesarios para el desarrollo de esta unidad.
- Fomentar el empleo del pensamiento lógico y espacial para representar modelos, gráficas y construcciones que permitan identificar los máximos y mínimos en problemas de optimización a partir de una situación de la vida cotidiana en la comunidad.
- Fortalecer la reflexión y el razonamiento como elementos precedentes a la aplicación de cualquier fórmula de derivación y cálculo de máximos y mínimos en problemas de optimización.
- Abordar los resultados de aprendizaje a través de la revisión del concepto derivada como una razón de cambio dentro de un entorno específico.
- Retomar los aprendizajes esperados para dar continuidad al cálculo de derivadas por fórmulas, máximos y mínimos.
- Fomentar la observación del comportamiento de la gráfica de una función y la forma como se puede determinar su razón de cambio, así como los máximos y mínimos en problemas de optimización.
- Plantear los alumnos problemas relacionados con los diferentes campos de aplicación, la física, la economía, la biología etc. y mencionar las herramientas para determinarlas, así como recurrir a los ejercicios y prácticas como los que se integran en esta guía pedagógica y de evaluación.
- Seleccionar actividades integradoras o un proyecto que involucre los temas para calcular la tercera derivada de una función hasta encontrar el punto de inflexión.

- Promover la coevaluación en la actividad no. 16 “Trabajo en equipos con problemas de máximos y mínimos”, en cada ejercicio se incluye una rúbrica para que los alumnos corroboren que su participación en equipo contribuye a solucionar el problema y construir el aprendizaje de manera colaborativa.

En esta unidad se deben desarrollar las siguientes **competencias genéricas**:

- 5 Desarrolla innovaciones y propone soluciones a problemas a partir de métodos establecidos.
  - 5.1 Sigue instrucciones y procedimientos de manera reflexiva, comprendiendo como cada uno de sus pasos contribuye al alcance de un objetivo.
- 7 Aprende por iniciativa e interés propio a lo largo de la vida.
  - 7.2 Identifica las actividades que le resultan de menor y mayor interés y dificultad, reconociendo y controlando sus reacciones frente a retos y obstáculos.
- 8 Participa y colabora de manera efectiva en equipos diversos.
  - 8.1 Propone maneras de solucionar un problema o desarrollar un proyecto en equipo, definiendo un curso de acción con pasos específicos.
  - 8.2 Aporta puntos de vista con apertura y considera los de otras personas de manera reflexiva.
  - 8.3 Asume una actitud constructiva, congruente con los conocimientos y habilidades con los que cuenta dentro de distintos equipos de trabajo.

Estrategias de Aprendizaje	Recursos didácticos
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Elaborar una presentación donde se indique, explique y evalúe la relación entre la geometría analítica y el cálculo diferencial, teniendo como principal objetivo que el alumno interprete la inclinación de una recta con fundamento de en la primera derivada.</li> <li>• Identificar las características y propiedades de las derivadas, sobre todo la forma en que se representan en el sistema de ejes coordenados en forma cartesiana.</li> <li>• Analizar la razón de cambio como la pendiente de una curva de la gráfica de una función.</li> </ul>	<p>Cantoral, R. y Montiel, G. (2014). Precálculo un enfoque visual. México, Editorial Pearson.</p> <p>Zill, D., y Wright, W. (2011). Matemáticas 1 Cálculo diferencial. México, Editorial Mc. Graw-Hill.</p> <p>Villanueva, O. (2012). Cálculo en Fenómenos Naturales y Procesos Sociales. México, Secretaría de Educación Pública.</p>

Estrategias de Aprendizaje	Recursos didácticos
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Interpretar a la derivada como la pendiente de la curva y la pendiente de la tangente en un punto.</li> <li>• Realizar la actividad núm. 13 “Las funciones derivadas en las actividades económicas y deportivas”.</li> <li>• Evaluar en equipo la razón instantánea de cambio a partir de una tabla de valores.</li> <li>• Relacionar los ejercicios con las funciones algebraicas y trigonométricas, incluso exprésalas en lenguaje algebraico.</li> <li>• Proponer algunos ejemplos para aplicar las derivadas logarítmicas y exponenciales.</li> <li>• Enfatizar las razones del cambio en gráficas para argumentar la solución de los problemas de derivadas de funciones algebraicas</li> <li>• Realizar los ejercicios de la actividad núm. 14 “Cálculo de derivadas por fórmulas”.</li> <li>• Interpretar la derivada en términos de las variables que intervienen en la solución de problemas.</li> <li>• Realizar ejercicios usando las fórmulas de derivación, para una suma, una diferencia, un producto, un cociente y una potencia de funciones algebraicas, trigonométricas y trascendentales, usando calculadora o softwares de matemáticas.</li> <li>• Analizar la solución de los ejercicios de derivación de funciones usando la regla de la cadena.</li> <li>• Realizar los ejercicios de la actividad núm. 15 “El cálculo y otras disciplinas”.</li> <li>• Analizar el comportamiento de las variables de acuerdo con la aplicación de funciones algebraicas, trigonométricas directas e inversas (logarítmicas y exponenciales).</li> <li>• Clasificar los ejercicios sobre la solución de problemas sobre derivación de funciones utilizando la regla de la cadena, funciones implícitas, funciones sucesivas, razón de cambio, incrementos, diferenciales y para determinar la recta tangente a la función en un punto dado.</li> </ul>	<p>Martinez, E. (2012). Variación en Procesos Sociales. México, Secretaria de Educación Pública.</p> <p>INITE, (2009). Cálculo diferencial. Sexta edición, México, Ediciones Instituto Internacional de Investigación de Tecnología Educativa, S. C.</p> <p>Purcel, E., Varberg, D., y Rigdon, S. (2007). Calculo diferencial e integral. México, Editorial Pearson Education.</p> <p>Stewart, J. (2007). Calculo diferencial e integral. Segunda edición, México, Internacional Thomson editores.</p> <p>Hernández E. (2019) Calculo Diferencial e Integral con aplicaciones. Recuperado el 3 de octubre del 2019 de: <a href="https://tecdigital.tec.ac.cr/revistamatematica/Libros/Calculo_Diferencial_Integral/CALCULO_D_I_ELSIE.pdf">https://tecdigital.tec.ac.cr/revistamatematica/Libros/Calculo_Diferencial_Integral/CALCULO_D_I_ELSIE.pdf</a></p> <p>SEMS (2017). Plataforma de acompañamiento docente para el campo disciplinar de Matemáticas Recuperado el 3 de octubre del 2019 de: <a href="http://matematicas.cosdac.sems.gob.mx/matematicas/">http://matematicas.cosdac.sems.gob.mx/matematicas/</a></p> <p>Ylé A., Juárez J., Vizcarra F., (2012). Calculo I, Calculo diferencial para bachillerato. Recuperado el 3 de octubre del 2019 de: <a href="http://dgep.uas.edu.mx/librosdigitales/5to_S_EMESTRE/41_Calculo_Diferencial_I.pdf">http://dgep.uas.edu.mx/librosdigitales/5to_S_EMESTRE/41_Calculo_Diferencial_I.pdf</a></p> <p>Villa Morales J. (2015). Calculo Diferencial. Recuperado el 3 de octubre del 2019 de:</p>

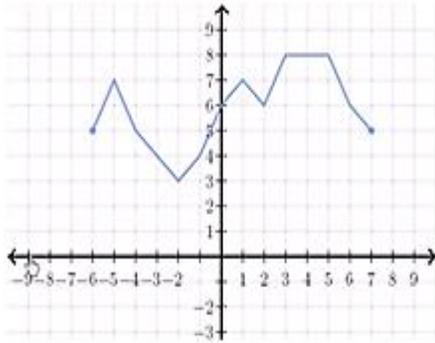
Estrategias de Aprendizaje	Recursos didácticos
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Graficar todos los resultados de los ejercicios para argumentar la interpretación, así como la solución del problema, mencionado el comportamiento de las variables como se definen en el planteamiento.</li> <li>• Resolver ejercicios de derivación implícita para funciones algebraicas, trigonométricas, logarítmicas y exponenciales utilizando sus fórmulas de derivación y el método apropiado para su obtención.</li> <li>• Utilizar fórmulas de derivación para resolver problemas de derivación implícita para funciones algebraicas, trigonométricas logarítmicas y exponenciales.</li> <li>• Calcular la derivada de orden superior para funciones algebraicas trigonométricas, logarítmicas y exponenciales derivando sucesivamente cada una de las funciones.</li> <li>• <b>Realizar la actividad de evaluación 2.1.1, considerando el apartado “Desarrollo de actividades de evaluación”.</b></li> <li>• Participa en un equipo para contestar los ejercicios de la actividad núm. 16 “Trabajo en equipos con problemas de máximos y mínimos”, realizando aportaciones sobre las funciones monótonas y el criterio de la primera derivada.</li> <li>• Analiza con los compañeros de tu equipo la aplicación de concavidad y el criterio de la segunda derivada; asíntotas verticales y horizontales, así como localizar puntos de inflexión de una función mediante la derivada.</li> <li>• Comprueba utilizar máximos y mínimos para resolver problemas de optimización algebraica y geométrica, así como de funciones trascendentales trigonométricas, logarítmicas y exponenciales.</li> <li>• Participa y colabora de manera efectiva en la coevaluación continua con los miembros del equipo, cuando hayan resuelto los problemas planteados</li> </ul>	<p><a href="https://www.uaa.mx/direcciones/dgdv/editorial/docs/calculo_diferencial.pdf">https://www.uaa.mx/direcciones/dgdv/editorial/docs/calculo_diferencial.pdf</a></p> <p>Instituto Politécnico Nacional (2011). Guía de aprendizaje de cálculo diferencial. Recuperado el 3 de octubre del 2019 de: <a href="https://www.ipn.mx/assets/files/cecyl1/docs/Guias/UABasicas/Matematicas/calculo_diferencial.PDF">https://www.ipn.mx/assets/files/cecyl1/docs/Guias/UABasicas/Matematicas/calculo_diferencial.PDF</a></p> <p>Alaníz J., Espejel R., Flores M., Luque A., Martínez Á., Cálculo Diferencial e Integral. Recuperado el 3 de octubre del 2019 de: <a href="https://www.conevyt.org.mx/bachillerato/material_bachilleres/cb6/5sempdf/cad2pdf/calculo1_fasc2.pdf">https://www.conevyt.org.mx/bachillerato/material_bachilleres/cb6/5sempdf/cad2pdf/calculo1_fasc2.pdf</a></p> <p>Khan Academy. Plataforma del 5to Semestre de bachillerato para Cálculo diferencial. Recuperado el 3 de octubre del 2019 de: <a href="https://es.khanacademy.org/math/eb-5-semester-bachillerato">https://es.khanacademy.org/math/eb-5-semester-bachillerato</a></p> <p>Khan Academy. Plataforma de Calculo Diferencial. Recuperado el 3 de octubre del 2019 de: <a href="https://es.khanacademy.org/math/diferencial-calculus">https://es.khanacademy.org/math/diferencial-calculus</a></p> <p>Math2me, Plataforma de enseñanza a través de YouTube. Recuperado el 3 de octubre del 2019 de: <a href="http://math2me.com/">http://math2me.com/</a></p> <p>Universidad Nacional Autónoma de México, Plataforma de Lecciones de Calculo Diferencial e Integral. Recuperado el 3 de octubre del 2019 de:</p>

Estrategias de Aprendizaje	Recursos didácticos
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Realiza propuestas que contribuyan a la solución de los problemas, sin imposiciones que provoquen la intolerancia.</li> <li>• Asume una actitud constructiva, congruente con los conocimientos y habilidades con los que cuenta dentro de distintos equipos de trabajo.</li> <li>• Representa en las gráficas el comportamiento de una función algebraica, determinado donde es creciente, decreciente y su concavidad.</li> <li>• <b>Realizar la actividad de evaluación 2.2.1, considerando el apartado “Desarrollo de actividades de evaluación”.</b></li> </ul>	<p><a href="http://www.objetos.unam.mx/matematicas/leccionesMatematicas/index_calculo.html">http://www.objetos.unam.mx/matematicas/leccionesMatematicas/index_calculo.html</a></p> <p>WeKnow, Plataforma educativa. Recuperado el 3 de octubre del 2019 de:</p> <p><a href="http://recursos.salonesvirtuales.com/matematicas/bachillerato/calculo-diferencial/#.XZY9DEYzYdV">http://recursos.salonesvirtuales.com/matematicas/bachillerato/calculo-diferencial/#.XZY9DEYzYdV</a></p>

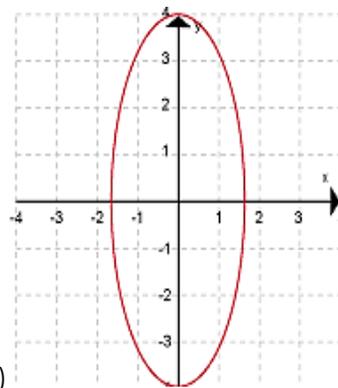
5. Prácticas / Actividades

Nombre del Alumno:	
Unidad de Aprendizaje:	1. Aplicación de la derivada con estrategias variacionales.
Resultado de Aprendizaje:	1.1. Determina la razón del cambio de una variable y lo representa en tablas y gráficas.
Actividad Núm. 1	Determinar la gráfica, el dominio y la imagen de las funciones

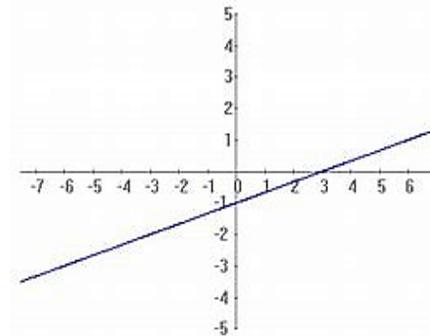
**Ejercicio 1.** En las siguientes gráficas analiza cual es la diferencia entre ellas



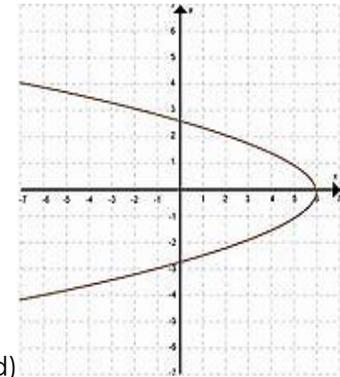
a)



b)



c)



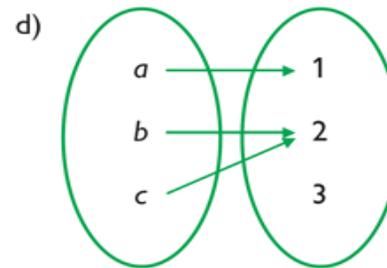
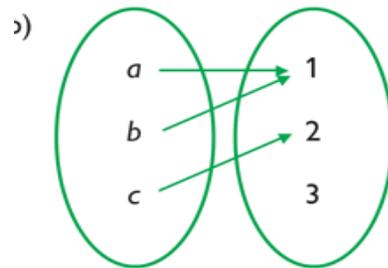
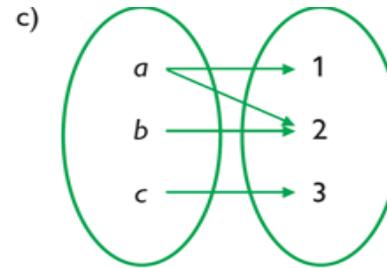
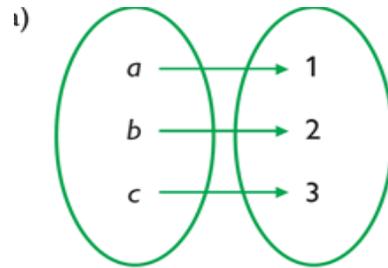
d)

En cada gráfica responder lo siguiente

- 1.- ¿La gráfica representa una función o una relación? Explica
- 2.- ¿Cuál es la variable independiente y dependiente de gráfica?
- 3.- Identifica el dominio y el rango de la gráfica

**Ejercicio 2.** De los siguientes diagramas sagitales

- Identifica el conjunto de elemento que pertenecen al dominio y los elementos que pertenecen a la imagen
- Aplica la definición de la función



**Ejercicio 3.**

Un grupo de biólogos estudia las características de un lago artificial en el que introdujeron un grupo de peces. Al comienzo la colonia crece normalmente, pero al cabo de unos meses, algunos peces mueren debido a condiciones desfavorables.

El conjunto de peces evoluciona según la ley

$$n(x) = 240 + 10x - 0.1x^2$$

Siendo  $x$  la cantidad de días transcurridos a partir del comienzo del estudio y  $n$  la cantidad de peces

Obtenga lo siguiente

- |                  |                              |
|------------------|------------------------------|
| a) Dominio       | d) Grafica de la función     |
| b) Contradominio | e) Intervalos de crecimiento |
| c) Raíces        |                              |

**Ejercicio 4.**

La siguiente gráfica representa el movimiento de un tren:

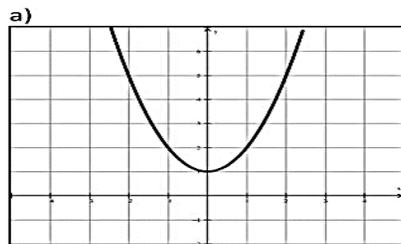


El tren sale de la estación y va ganando velocidad. En su recorrido para varias estaciones para recoger viajeros. Después de hacer su trayecto el tren regresa a las cocheras sin hacer parada alguna.

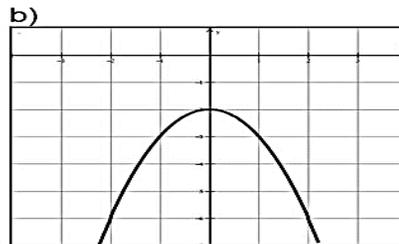
- a) ¿En cuántas estaciones se detiene para recoger viajeros?
- b) ¿Cuánto tarda de una estación a otra?
- c) ¿Qué distancia hay entre la primera y la última estación?
- d) Indicar los intervalos de crecimiento, decrecimiento o constante.
- e) ¿Cuánto tarda en llegar a las cocheras, después de dejar a los pasajeros en la última estación?

<b>Nombre del Alumno:</b>	
<b>Unidad de Aprendizaje:</b>	1. Aplicación de la derivada con estrategias variacionales.
<b>Resultado de Aprendizaje:</b>	1.1. Determina la razón del cambio de una variable y lo representa en tablas y gráficas.
<b>Actividad Núm. 2</b>	Identificar el tipo de función, el dominio y el contradominio.

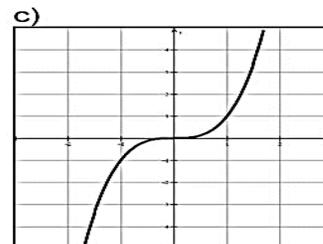
Instrucciones: En las siguientes gráficas observa e identifica el tipo de función, el dominio y el rango



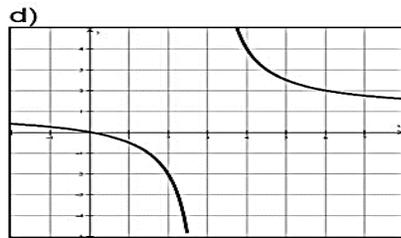
Dominio \_\_\_\_\_  
Rango \_\_\_\_\_



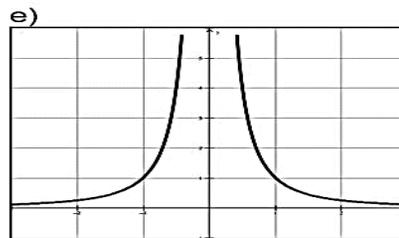
Dominio \_\_\_\_\_  
Rango \_\_\_\_\_



Dominio \_\_\_\_\_  
Rango \_\_\_\_\_



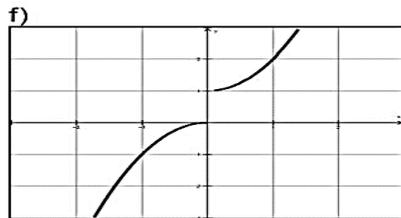
Dominio \_\_\_\_\_  
Rango \_\_\_\_\_



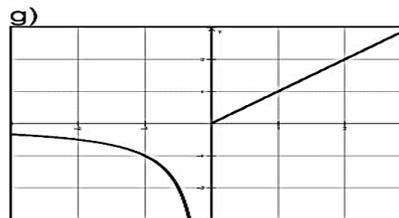
Dominio \_\_\_\_\_  
Rango \_\_\_\_\_



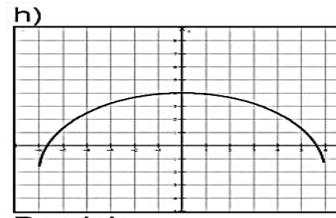
Dominio \_\_\_\_\_  
Rango \_\_\_\_\_



Dominio \_\_\_\_\_  
Rango \_\_\_\_\_



Dominio \_\_\_\_\_  
Rango \_\_\_\_\_



Dominio \_\_\_\_\_  
Rango \_\_\_\_\_

<b>Nombre del Alumno:</b>	
<b>Unidad de Aprendizaje:</b>	1. Aplicación de la derivada con estrategias variacionales.
<b>Resultado de Aprendizaje:</b>	1.1. Determina la razón del cambio de una variable y lo representa en tablas y gráficas.
<b>Actividad Núm. 3</b>	Graficar las funciones identificando el tipo de función, el dominio y el contradominio

### Ejercicio 1

Instrucciones a partir de las tablas grafica e identifica el tipo de función, ¿cuál es el dominio y contradominio?

a)

x	y
-2	-3
-1	0
0	-1
1	0
2	9

b)

x	y
-6	-16
-4	4
-2	0
1	9
3	2.5
7	81

c)

x	y
-2	0
-1	8
0	6
2	-4
3	0
4	18

### Ejercicio 2

Para las siguientes funciones realiza una tabulación asignando valores a x y construye la gráfica

- a)  $f(x) = 9 - x^2$
- b)  $f(x) = x^3 + 1$
- c)  $f(x) = \sqrt{-2x + 4}$
- d)  $f(x) = \frac{1}{x}$
- e)  $f(x) = |x|$

### Ejercicio 3

Para las siguientes funciones calcula lo siguiente

- Contradominio
- Raíces
- Grafica de la función
- Intervalos de crecimiento

a)  $f(x) = 4$

b)  $f(x) = 9x + 3$

c)  $f(x) = x^2 - 4x + 3$

d)  $f(x) = 3x^3 + 6x^2 - 1$

e)  $f(x) = \frac{x+3}{2x+1}$

f)  $f(x) = |x + 1|$

g)  $f(x) = \begin{cases} 3 & \text{si } -2 \leq x < 2 \\ 1 & \text{si } 2 \leq x < 4 \\ -2 & \text{si } 4 \leq x \leq 6 \end{cases}$

h)  $f(x) = \sqrt{x+2} - 4$

i)  $f(x) = 2^x$

j)  $f(x) = \log_{10} x$

k)  $f(x) = \sin(x + 3)$

<b>Nombre del Alumno:</b>	
<b>Unidad de Aprendizaje:</b>	1. Aplicación de la derivada con estrategias variacionales
<b>Resultado de Aprendizaje:</b>	1.1. Determina la razón de cambio de una variable y lo representa en tablas y gráficas
<b>Actividad Núm. 4</b>	Resolver operaciones con dos funciones suma, diferencia, producto, cociente, composición y la función inversa de las funciones dadas.

Problema 1.- En cada caso

- a)  $f(x)=\sqrt{x}$ ;  $g(x)=4-x^2$
- b)  $f(x)=x^2$ ;  $g(x)=1/\sqrt{x}$
- c)  $f(x)=x-3$ ;  $g(x)=x^2-1$
- d)  $f(x)=(x+1)/(x-1)$ ;  $g(x)=1/x$
- e)  $f(x)=x^2+2$ ;  $g(x)=2x^2-1$
- f)  $f(x)=x^3+3x$ ;  $g(x)=3x^2+1$

Determina

- a)  $(f+g)x=$
- b)  $(f-g)x=$
- c)  $(g-f)x=$
- d)  $(f \cdot g)x=$
- e)  $(f/g)x=$
- f)  $(g/f)x=$
- g)  $(f \cdot g)x=$
- h)  $(g \cdot f)x=$
- i)  $(f \cdot f)x=$
- j)  $(g \cdot g)x=$

Problema 2 Encuentre la función inversa de f

a)  $f(x) = 5 - 8x$

b)  $f(x) = x^3 - 4$

c)  $f(x) = \sqrt{x - 3}$

d)  $f(x) = 2^x - 1$

e)  $f(x) = \log_3 \frac{1}{x}$

f)  $f(x) = \frac{2 - x}{x + 1} \quad x \neq -1$

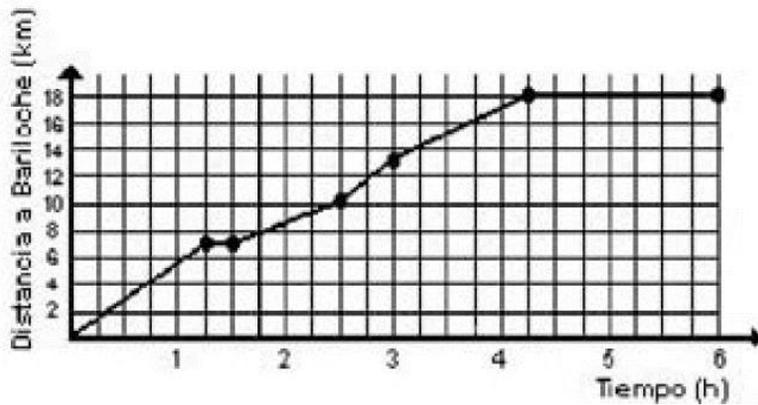
g)  $f(x) = \sqrt{5x - 3} + 4$   $f(x) = e^{(3x + 7)}$

<b>Nombre del Alumno:</b>	
<b>Unidad de Aprendizaje:</b>	1. Aplicación de la derivada con estrategias variacionales.
<b>Resultado de Aprendizaje:</b>	1.1. Determina la razón del cambio de una variable y lo representa en tablas y gráficas.
<b>Actividad Núm. 5</b>	Deduce el modelo matemático, analiza y reflexiona sobre el comportamiento de la variable dependiente.

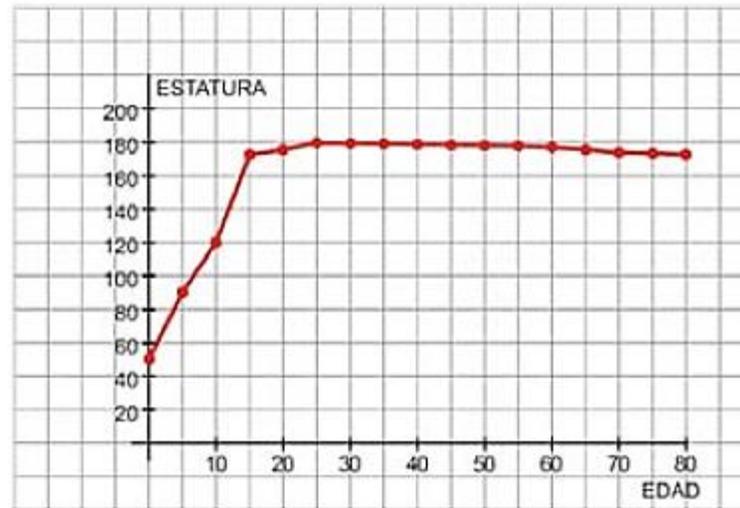
**Modelos matemáticos**

1.- Dos excursionistas proyectan una caminata hasta un refugio de montaña, que se encuentra a 18 km de la ciudad, Para orientarse, cuentan con un perfil del trayecto y un gráfico distancia tiempo confeccionado por un grupo que realizo la caminata el mes anterior. Observando el grafico responder

- a) ¿Cuántos kilómetros recorrieron aproximadamente hasta llegar al primer descanso? ¿Cuánto tiempo se detuvieron?
- b) ¿Cuántos kilómetros recorrieron desde el lugar hasta alcanzar la primera cima y cuánto tiempo tardaron en subirá?
- c) ¿Cuántos kilómetros hicieron en bajada? ¿Les llevó menos tiempo?

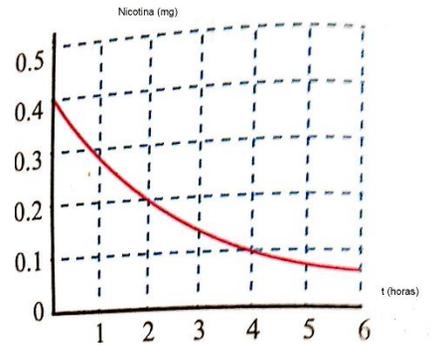


2.- La siguiente gráfica muestra el crecimiento de una persona cada 5 años



- a) ¿Cuánto mide al nacer?
- b) ¿A qué edad alcanza su altura máxima?
- c) ¿En qué periodo crece más rápidamente?
- d) ¿Qué intervalo de números pueden tomar la edad y la altura?
- e) ¿Por qué se pueden unir los puntos?

3.- En la siguiente gráfica se muestra la cantidad de nicotina,  $N = f(t)$ , en miligramos (mg), en el torrente sanguíneo de una persona después de  $t$  horas de que termino de fumar un cigarro. Con base a ella, determina lo que se indica en cada inciso.



- La cantidad de nicotina que hay en el torrente sanguíneo justo al terminar de fumar el cigarro.
- La cantidad de nicotina que hay en el torrente sanguíneo después de 4 horas.
- Después de cuántas horas la cantidad de nicotina en el torrente sanguíneo de la persona es de 0.2 miligramos (mg)

4.- El costo de un producto tiene un comportamiento lineal en el mercado. Si hace un año el producto costo \$78 y dentro de un año costara \$90

- Expresa el costo como función del número de años
- Traza la gráfica de la función
- ¿Cuál es el costo del producto después de 8 años?

5.- El peso en kilogramos de un feto humano es igual a la décima parte del cubo de su edad en semanas

- ¿Cuál es peso del feto cuando tiene 2 semanas?
- ¿Cuántos meses tendrá el feto para que pese 23 gramos?
- ¿Cuál será el peso del feto a los 6 meses?
- Traza la gráfica de la función

6.- Se coloca en el fuego una olla con agua a  $10^{\circ}\text{C}$ , la temperatura del agua va aumentando a  $15^{\circ}\text{C}$  cada minuto, hasta llegar a hervir ( $100^{\circ}\text{C}$ ) hasta que la retiran del fuego 11 minutos después de haberla colocado.

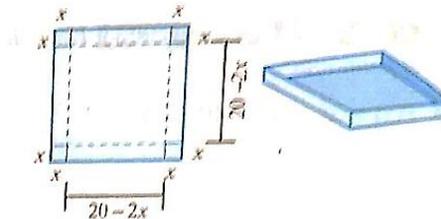
- Elabora la tabla de valores y grafica
- ¿Qué temperatura tiene el agua 1 minuto después de estar en el fuego?
- ¿Cuántos minutos tarda en llegar a hervir?
- ¿Cuánto tiempo sigue hirviendo?

- e) ¿En qué momento alcanzó los 40°C?  
 f) ¿Llegó en algún momento a los 120°C?

7.- La superficie del cuerpo humano (SCH) medida en metros cuadrados se relaciona con el peso P del cuerpo desnudo por la función  $SCH = 0.29P^{0.25}$ . Calcule la su SCH

- a) ¿Cuáles son el dominio y el rango de la función?  
 b) ¿Cuál es la superficie del cuerpo humano de una persona de 90 kg?  
 c) ¿Cuál es superficie del cuerpo humano de un niño de 30 kg?  
 d) A partir de la gráfica que podrías recomendar a las personas con un peso de 135 kg, argumenta tu respuesta

8.- Un fabricante produce cajas con un volumen de  $500 \text{ cm}^3$  con piezas cuadradas de hojalata de 20 cm de lado, cortando cuadrados en cada esquina y doblando los bordes. Encuentra la longitud de cada lado de los cuadrados que recorta y hay dos respuestas.



9.- Si  $N(t) = \frac{15t+22}{2t+2}$  expresa la concentración de millares de glóbulos blancos por milímetro cubico de sangre de una persona, en donde  $t$  es la edad de la persona; y si la razón promedio de dicha concentración está dada por  $\frac{N(b)-N(a)}{b-a}$  con  $a < b$ , calcula la razón promedio de decrecimiento de la cantidad de glóbulos blancos en los primeros 10 años de vida de una persona

- a) Pasados 3 años de vida ¿cuántos glóbulos blancos tendrá la persona?  
 b) Pasados 9 años de vida ¿se puede considerar que ha desaparecido la enfermedad?  
 c) Grafica de la función

10.- El valor comercial de un automóvil varía linealmente con el tiempo. Al adquirirlo se pagan \$ 205,000 y al paso de 12.5 pierde todo su valor.

- a) ¿Cuánto se depreciará el auto anualmente?  
 b) ¿Después de cuántos años su valor será de \$100,000?  
 c) Si el auto tiene cinco años de uso, ¿cuál es su valor comercial?  
 d) Grafica de la función

<b>Nombre del Alumno:</b>	
<b>Unidad de Aprendizaje:</b>	1. Aplicación de la derivada con estrategias variacionales.
<b>Resultado de Aprendizaje:</b>	1.2 Analiza la razón del cambio de la variable, de acuerdo con los patrones establecidos en el movimiento lineal.
<b>Actividad Núm. 6</b>	Cálculo de límites de funciones.

Resuelve los siguientes ejercicios de límites y analiza en qué punto el límite no existe.

$$1) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{3}{x+2}$$

$$2) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2+x+2}{x^2-1}$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{x^2+5x+3}$$

$$4) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(x)}{\log(\sqrt{x})}$$

$$5) \lim_{x \rightarrow 1/2} \frac{1}{2x-1}$$

Deduce las áreas de aplicación de los límites en tu vida cotidiana, el desarrollo de la comunidad donde vives, fenómenos físicos y naturales, y el manejo de la economía tanto personal como social.

<b>Nombre del Alumno:</b>	
<b>Unidad de Aprendizaje:</b>	1. Aplicación de la derivada con estrategias variacionales
<b>Resultado de Aprendizaje:</b>	1.2 Analiza la razón de cambio de la variable, de acuerdo con los patrones establecidos en el movimiento lineal.
<b>Actividad Núm. 7</b>	Calculo de límites laterales

Encuentra los límites laterales de las siguientes funciones y ubícalos en el plano cartesiano.

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x < -1 \\ x^2 & \text{si } -1 \leq x < 1 \\ 2 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

En los puntos  $x = -1$  y  $x = 1$

Además, realiza un ejemplo con el éxito de una microempresa, indicando el precio de un producto o servicio.

<b>Nombre del Alumno:</b>	
<b>Unidad de Aprendizaje:</b>	1. Aplicación de la derivada con estrategias variacionales
<b>Resultado de Aprendizaje:</b>	1.2 Analiza la razón de cambio de la variable, de acuerdo con los patrones establecidos en el movimiento lineal.
<b>Actividad Núm. 8</b>	Cálculo de límites determinados e indeterminados

Encuentra los siguientes límites y menciona si son determinados e indeterminados:

1.  $\lim_{x \rightarrow \infty} 4x^3 + 3x$

2.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-1}{x^2}$

3.  $\lim_{x \rightarrow 0} [1 + 3x]^{2/x}$

4.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x}{x-1}$

5.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x+3}}{x+2}$

Nombre del Alumno:	
Unidad de Aprendizaje:	1. Aplicación de la derivada con estrategias variacionales.
Resultado de Aprendizaje:	1.2 Analiza la razón de cambio de la variable, de acuerdo con los patrones establecidos en el movimiento lineal.
Actividad Núm. 9	Calculo de límites

1) La cantidad de una droga en la corriente sanguínea  $t$  horas después de inyectada intramuscularmente está dada por la función

$f(t) = \frac{10t}{t^2 + 1}$ . Al pasar el tiempo, ¿cuál es la cantidad límite de droga en sangre?

2) En un experimento biológico, la población de una colonia de bacterias (en millones) después de  $x$  días está dada

por:  $y = \frac{4}{2 + 8e^{-2x}}$ .

a) ¿Cuál es la población inicial de la colonia?

b) Resolviendo  $\lim_{x \rightarrow +\infty} y$ , se obtiene información acerca de si la población crece indefinidamente o tiende a estabilizarse en algún valor fijo. Determine cuál de estas situaciones ocurre.

3) La Federación de caza de cierto estado introduce 50 ciervos en una determinada región. Se cree que el número de ciervos crecerá

siguiendo el modelo:  $N(t) = \frac{10(5 + 3t)}{1 + 0,04t}$ , donde  $t$  es el tiempo en años.

- a) Calcule el número de animales que habrá luego de 5 y 10 años.
- b) ¿A qué valor tenderá la población cuando  $t$  tiende a infinito?

4) Un cultivo de bacterias crece siguiendo la ley  $y = \frac{1,25}{1 + 0,25e^{-0,4t}}$  donde el tiempo  $t \geq 0$  se mide en horas y el peso del cultivo en gramos.

- a) Determine el peso del cultivo transcurridos 60 minutos.
- b) ¿Cuál será el peso del mismo cuando el número de horas crece indefinidamente?

5) En una academia de mecanografía, el número medio de palabras  $N$  por minuto escritas luego de  $t$  semanas de lecciones prácticas, está dado por  $N(t) = \frac{157}{1 + 5,4e^{-0,12t}}$ .

- a) Calcule el número medio de palabras por minuto que puede escribir una persona luego de haber recibido lecciones durante 10 semanas.
- b) Determine el número medio de palabras por minuto que pueden escribirse cuando la cantidad semanas crece indefinidamente.

<b>Nombre del Alumno:</b>	
<b>Unidad de Aprendizaje:</b>	1. Aplicación de la derivada con estrategias variacionales
<b>Resultado de Aprendizaje:</b>	1.2 Analiza la razón de cambio de la variable, de acuerdo con los patrones establecidos en el movimiento lineal
<b>Actividad Núm. 10</b>	Determina las razones del cambio de una variable.

### Ejercicio 1

En una circunferencia, sabemos que su radio aumenta a razón de 1 cm/s ¿Cuál es la razón de cambio del área de la circunferencia cuando el radio sea igual a 5 cm? (Cateterismo)

### Ejercicio 2

El volumen de un cubo está cambiando a razón de 75 cm<sup>3</sup>/minuto.

- Hallar la razón de cambio de su lado cuando mide 5 cm
- Hallar la razón de cambio del área superficial cuando ésta es de 24 cm<sup>2</sup>

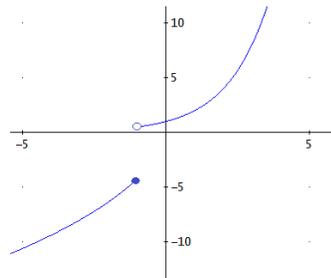
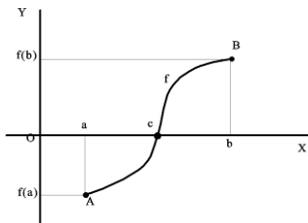
### Ejercicio 3

Un obrero sostiene una cuerda de 36 m de longitud y al otro extremo hay un peso. La cuerda pasa por una polea situada a 20 metros de altura. Si éste se aleja de la polea a razón de 5 m/s, ¿a qué velocidad se eleva el peso cuando está a 10 metros por encima de la posición original?

Nombre del Alumno:	
Unidad de Aprendizaje:	1. Aplicación de la derivada con estrategias variacionales
Resultado de Aprendizaje:	1.3. Calcula el comportamiento de los cambios de la variable utilizando métodos numéricos.
Actividad Núm. 11	Continuidad de una función.

Utilice con las tres condiciones:

1. Verifica si
  - a)  $f(x) = x^2 - 1$  es continua en  $x_0 = 2$
  - b)  $f(x) = \sqrt{x^x - 4}$  en  $x = 2$
  - c)  $f(x) = \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 5x + 6}$
  
2. En las siguientes graficas determine si son continuas y discontinuas y el intervalo en que se da.



3. Traza la gráfica de la función y di, analizando la gráfica en que puntos la función es continua y en cuales es discontinua

a)  $f(x) = \frac{x^2+2x+3}{x+3}$

b)  $g(x) = \frac{x^2-5x-6}{5}$  si  $x \neq 3$  y  $5$  si  $x = 3$

c)  $h(x) = \frac{1-\sqrt{x}}{\sqrt{x}}$

<b>Nombre del Alumno:</b>	
<b>Unidad de Aprendizaje:</b>	1. Aplicación de la derivada con estrategias variacionales
<b>Resultado de Aprendizaje:</b>	1.3 Calcula el comportamiento de los cambios de la variable utilizando métodos numéricos.
<b>Actividad Núm. 12</b>	Funciones creciente y decreciente.

1. Grafica las siguientes funciones y determina si es creciente y decreciente.

a.  $f(x) = -x^2$

b.  $f(x) = -x^3$

c.  $f(x) = -1x^2$

d.  $f(x) = -1x$

e.  $f(x) = 1|x|$

2. Determina si son funciones pares o impares.

a.  $f(x) = 3$ .

b.  $f(x) = x - 5$ .

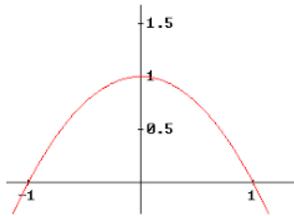
c.  $f(x) = x^2 + 1$ .

d.  $f(x) = x^2 + x$ .

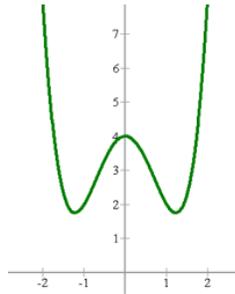
e.  $f(x) = x^3 + x$ .

f.  $f(x) = x^4 + 3x^2 - 1$ .

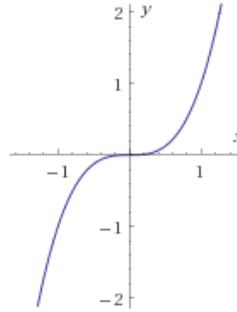
3. Identifica que tipo de función es par, impar o ninguna, justifique su respuesta.



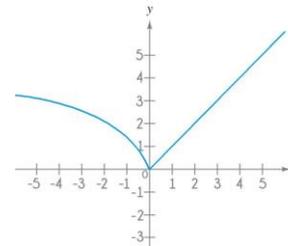
a)



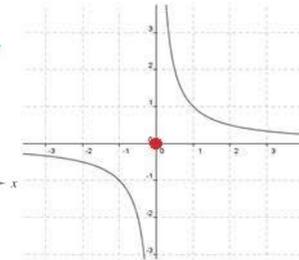
b)



c)



d)



e)

4. En la siguiente figura determine qué tipo de función es y ubique su punto máximo, mínimo, si es cóncava, convexa y su punto de inflexión.



5. División sintética: resuelve correctamente las siguientes divisiones sintéticas.

a.  $(x^5+3x^4-7x^3+2x^2-8x+1) / (x+1)$ .

b.  $(7x^3-x+2) / (x+2)$

<b>Nombre del Alumno:</b>	
<b>Unidad de Aprendizaje:</b>	2. Representación de la derivada como función.
<b>Resultado de Aprendizaje:</b>	2.1 Grafica los máximos y mínimos en funciones lineales y no lineales, para localizar los puntos de inflexión.
<b>Actividad Núm. 13</b>	Las funciones derivadas en las actividades económicas y deportivas.

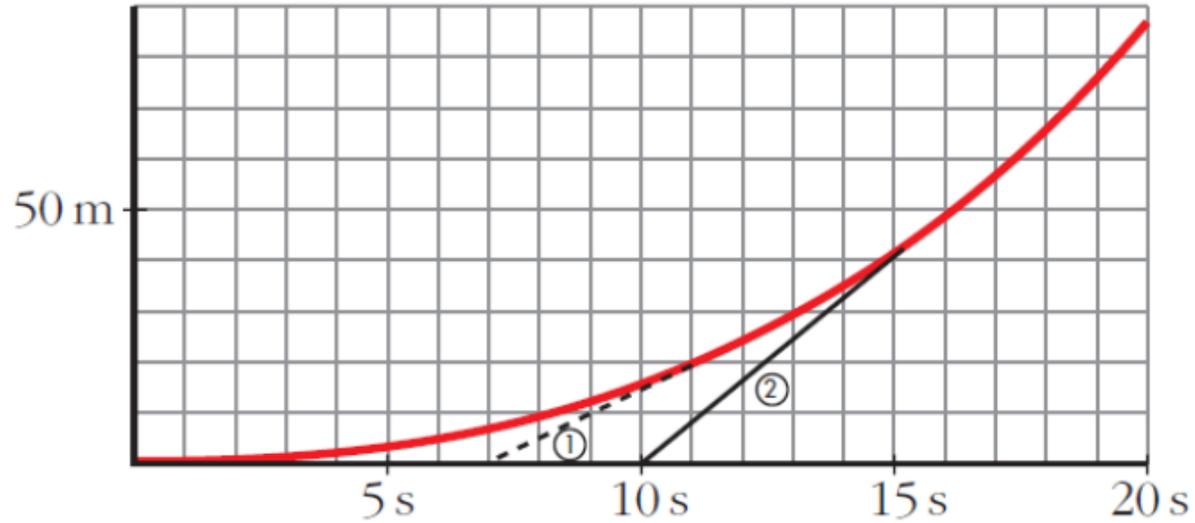
Lee con atención cada situación que se plantea y contesta las preguntas utilizando los conceptos de variación media de una Función en un intervalo, variación instantánea y derivada de una función.

- I. La siguiente tabla da el precio en euros de un producto en 8 años sucesivos.

<b>Precio</b>	10	18	24	28	30	30	28	24
<b>Año</b>	0	1	2	3	4	5	6	7

- ¿Cuál es la variación media el precio en el primer año?
- ¿Y entre el primero y tercer año?
- ¿Y entre el tercero y el séptimo?

- II. En la gráfica siguiente, la línea roja representa el movimiento de un autobús que arranca de la parada y va, poco a poco, ganando velocidad. "1" y "2" corresponden a pasajeros que llegan tarde y corren para tomar el autobús en marcha.



- Al viajero "2" lo acercan en bicicleta. Describe su movimiento y halla la velocidad a la que corre.
- ¿Cuál es la velocidad aproximada del autobús en el momento que lo alcanza el pasajero "2"? ¿Entra este pasajero suavemente en el autobús?

III. La siguiente gráfica refleja el comportamiento de dos atletas, del mismo equipo, durante una carrera de relevos:



- a) ¿Por qué en las carreras de relevos 4 x 100 m cada relevista empieza a correr antes de que llegue su compañero?
- b) ¿Qué pasaría si esperara quieto la llegada del otro?
- c) ¿Es razonable que las gráficas de sus movimientos sean tangentes?
- d) ¿Cómo son sus velocidades en el momento de la entrega del "testigo"?

<b>Nombre del Alumno:</b>	
<b>Unidad de Aprendizaje:</b>	2. Representación de la derivada como función.
<b>Resultado de Aprendizaje:</b>	2.1 Grafica los máximos y mínimos en funciones lineales y no lineales, para localizar los puntos de inflexión.
<b>Actividad Núm. 14</b>	Cálculo de derivadas por fórmulas.

Lee con atención las indicaciones para cada sección de ejercicios y resuélvelos aplicando las fórmulas correspondientes. Intenta simplificar en la medida de lo posible, realiza su representación gráfica (puedes utilizar un programa para graficar como herramienta de ayuda)

- I. Calcula la derivada de las siguientes funciones, aplicando las fórmulas de: Derivada de una constante, derivada de una variable, derivada de funciones potenciales.

1.  $f(x) = 0$

2.  $f(x) = -7$

3.  $f(x) = -7x$

4.  $y = \sqrt{x}$

5.  $s = at^5$

6.  $f(x) = \frac{1}{2}$

7.  $y = \frac{3}{2}x$

8.  $f(r) = u$

9.  $f(x) = x^2$

10.  $f(x) = \frac{a}{2}x$

II. Calcula la derivada de las funciones, aplicando las fórmulas de suma, resta, producto y cociente de funciones.

1.  $f(x) = -5x + 2$

2.  $f(x) = x^5 - x^3 + 3$

3.  $f(x) = 2x^7 - 3x^6 - 4x^2 - 7$

4.  $f(x) = 1 - 2x + 3x^2 - 4x^3$

5.  $g(x) = \frac{3x^{10}}{5} - \frac{4x^6}{3} + \frac{5x^3}{6} - \frac{9}{2}$

6.  $f(x) = (x - 6)^3$

7.  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$

8.  $y = \frac{1}{(3x^4 - 8x)^{-3}}$

9.  $f(x) = (x-1)(x+1)^2$

10.  $f(x) = \left(\frac{x}{(-6x-2)^5}\right)\left(\frac{1}{x-2}\right)$

III. Calcula la derivada de las funciones, aplicando las fórmulas de derivadas trigonométricas.

1.  $f(x) = \mathbf{sen} (2x^3 + 2x^2)^2$

2.  $f(x) = \mathbf{cos} (3x^2 + 3x)$

3.  $f(x) = \mathbf{sen} (x+1) + 5x$

4.  $f(x) = \frac{1}{\cos x} + \frac{1}{\mathbf{sen} (x+1)}$

5.  $f(x) = \frac{1}{\mathbf{sen} (x+1)} + (x^5 - x^3 + 3)^4$

6.  $f(x) = \mathbf{tan} x - 5$

7.  $f(x) = -\mathbf{tan} (-5x^2 - 7)$

8.  $f(x) = \frac{1}{\mathbf{tan} (x-5)}$

9.  $f(x) = 3x + \arcsen (3x^3 + 3x - 7)$

10.  $f(x) = (x^2) (\mathbf{tan}\sqrt{x})$

IV. Calcula la derivada de las funciones, aplicando las fórmulas de derivadas logarítmicas y exponenciales.

1.  $f(x) = \ln(x-1) + e^{x-1}$

2.  $f(x) = e^{x-3} + \cos(x+1) - x^2$

3.  $f(x) = \ln(\operatorname{sen} x)$

4.  $f(x) = \operatorname{arctg}(x^2-3)$

5.  $f(x) = e^{x^2} - 3 \ln(\sin x)$

6.  $f(x) = \operatorname{arctg} \ln x$

7.  $f(x) = \ln(\ln x) + \operatorname{arctg} x^3 - 1$

8.  $f(x) = \cot x^3 - 1$

9.  $f(x) = \sec x - e^x$

10.  $f(x) = \operatorname{cosec}(x + x^3)^3$

<b>Nombre del Alumno:</b>	
<b>Unidad de Aprendizaje:</b>	2. Representación de la derivada como función.
<b>Resultado de Aprendizaje:</b>	2.1 Grafica los máximos y mínimos en funciones lineales y no lineales, para localizar los puntos de inflexión.
<b>Actividad Núm. 15</b>	El cálculo y otras disciplinas.

Para cada uno de los problemas de aplicación, realiza el cálculo de la derivada correspondiente, la representación gráfica (puedes auxiliarte de un programa para graficar) y la interpretación del resultado obtenido.

Ejercicio No. 1 – Química –

La ley de Boyle para los gases perfectos establece que a temperatura constante  $PV=K$  donde  $P$  es la presión,  $V$  el volumen y  $K$  una constante. Si la presión está dada por la expresión:  $P(t) = 30 + 2t$  con  $P$  en cm de Hg,  $t$  en seg; y el volumen inicial es de  $60 \text{ cm}^3$ , determina la razón de cambio del volumen  $V$  con respecto al tiempo  $t$  a los 10 segundos.

Ejercicio No. 2 -Contaminación –

Una mancha con forma de cilindro recto circular se ha formado al derramarse en el mar  $100 \text{ m}^3$  de petróleo. Calcula con qué rapidez aumenta el radio de la mancha cuando ese radio es de  $50\text{m}$  si el espesor disminuye a razón de  $10 \text{ cm/h}$  en el instante en que  $R = 50 \text{ m}$ .

Ejercicio No. 3 - Geometría –

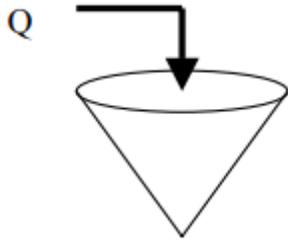
El área de un triángulo equilátero disminuye a razón de  $4 \text{ cm}^2$  por minuto. Calcula la rapidez de variación de la longitud de sus lados cuando el área es de  $200 \text{ cm}^2$ . Se supone que el triángulo se mantiene equilátero en todo instante.

Ejercicio No. 4 – Electrotecnia –

Sean dos resistencias  $R_1$  y  $R_2$  conectadas en paralelo. La resistencia equivalente  $R$  cumple:  $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$ . Si  $R_1$  y  $R_2$  aumentan a razón de 0.01 y 0.02  $\Omega$  / seg. respectivamente, calcula la razón de cambio de  $R$  cuando  $R_1 = 30\Omega$  y  $R_2 = 90\Omega$ .

Ejercicio No. 5 - Hidráulica –

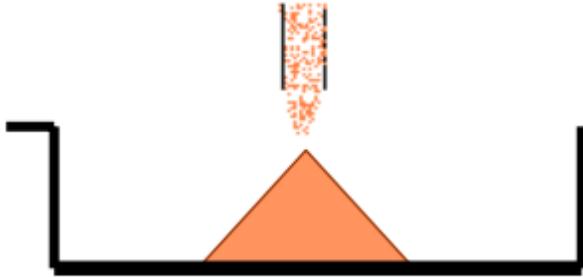
Una tolva con forma de cono recto circular invertido de radio de base  $R$  y altura  $H$  está siendo llenada con líquido con un gasto constante  $Q = 0.5 \text{ m}^3$  por minuto. A medida que se produce el llenado el nivel del líquido en la tolva sube. Si  $R=2 \text{ m}$  y  $H=3\text{m}$ :



- ¿Crees que ese nivel sube con velocidad constante? Justifica tu respuesta sin efectuar cálculos.
- Calcula ahora esa velocidad, verifica tu respuesta anterior e indica el valor de la velocidad cuando la altura del líquido en la tolva es de 1,5 m. ¿Qué condición crees que debería cumplir el recipiente para que el nivel subiera a velocidad constante? Justifica mediante cálculo en el caso que el recipiente sea un cilindro recto circular.

Ejercicio No. 6 – Descarga de granos –

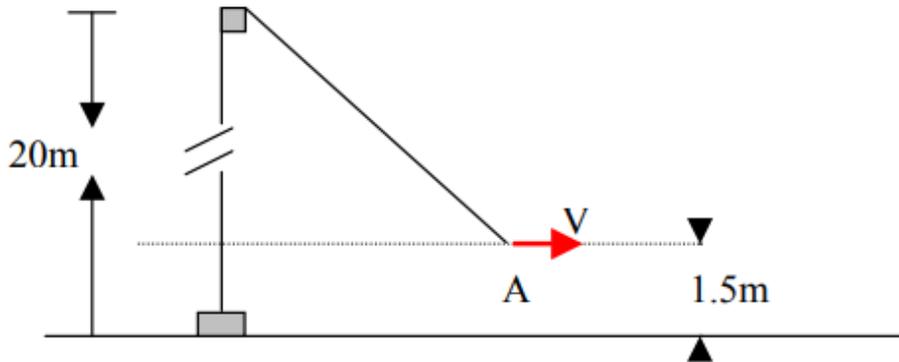
La caja de un camión transportador de granos está siendo llenada con el grano proveniente de un silo a razón de  $0.5 \text{ m}^3$  / min. El grano forma un cono circular recto cuya altura es constantemente igual a  $5/4$  del radio de la base. Calcula:



- a) ¿A qué velocidad está subiendo el vértice del cono, cuando la altura es de 1,50 m?
- b) ¿Cuál es el radio de la base del cono en ese momento y a qué velocidad está variando?

Ejercicio No. 7 – Física –

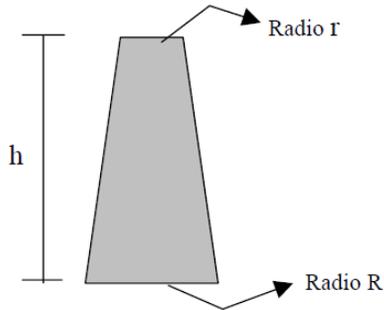
Un cuerpo que pesa 0.5 toneladas es levantado verticalmente utilizando una eslinga (herramienta de amarre) de acero que pasa por una polea colocada a 20 m de altura, como indica la figura. Un extremo se une directamente al cuerpo y el otro, (punto A), es arrastrado por un vehículo que se mueve hacia la derecha con velocidad  $v=20$  km/h y a una altura del piso de 1.50 m. La eslinga tiene una longitud de 50 m.



- a) ¿A qué distancia del cuerpo estará el vehículo en el instante de iniciar la maniobra?
- b) En cierto instante  $t$  el cuerpo se halla a cierta altura  $h$  respecto del piso y el vehículo a cierta distancia  $x$  del cuerpo. Encuentra la relación entre  $x$  y  $h$ .
- c) ¿Cuál es la velocidad del cuerpo en el instante en que su altura es de  $h=6$  m?

Ejercicio No. 8 – Forestación –

Para estimar la cantidad de madera que produce el tronco de un árbol se supone que el mismo tiene la forma de cono truncado como indica la figura. Radio  $r$  h Radio  $R$  siendo:  $r$  el radio de la base superior;  $R$  el radio de la base inferior y  $h$  la altura. Recordando que el volumen  $V$  de un tronco de cono está dado por la expresión:  $V = 1/3 \cdot \pi \cdot h \cdot (R^2 + R \cdot r + r^2)$  te preguntamos:



¿Cuál es la rapidez de variación del volumen  $V$  en el momento en que:  $r = 60\text{cm}$ ,  $R = 90\text{ cm}$  y  $h = 15\text{m}$ , si el incremento de  $r$  es de  $10\text{ cm / año}$ , el incremento de  $R$  es de  $15\text{ cm / año}$  y el de  $h$  de  $25\text{ cm / año}$ ?

Ejercicio No. 9 – Contaminación –

Estudios realizados han permitido determinar que el nivel medio diario  $C$  de monóxido de carbono  $\text{CO}_2$  en el aire, en partes por millón (ppm), en una ciudad, está relacionado con la población  $p$  expresada en miles de habitantes por la siguiente expresión:

$$C(p) = \sqrt{\frac{p^2}{2} + 17}$$

El aumento de población en esa ciudad en  $t$  años se estima que está dado por la relación siguiente:  $p(t) = 3,1 + 0,1 t^2$  en miles de habitantes. ¿Con qué rapidez crees que estará variando la concentración de  $\text{CO}_2$  en esa ciudad dentro de 3 años?

Ejercicio No.10 – Variación de volumen –

Un camión descarga arena formándose un montículo que tiene la forma de cono recto circular. La altura  $h$  va variando manteniéndose constantemente igual al radio  $r$  de la base. Cuando la altura es de 1m. ella está aumentando a razón de 25 cm/minuto.



¿Con qué rapidez está cambiando en ese instante el volumen  $V$  de arena?

<b>Nombre del Alumno:</b>	
<b>Unidad de Aprendizaje:</b>	2. Representación de la derivada como función.
<b>Resultado de Aprendizaje:</b>	2.2 Calcular la tercera derivada de una función hasta encontrar el punto de inflexión.
<b>Actividad Núm. 16</b>	Trabajo en equipos con problemas de máximos y mínimos

En equipos realizar un proyecto donde describan como plantearon el problema, los valores críticos y los criterios aplicados a los máximos y mínimos.

**Ejercicio 1.** Obtener el máximo y mínimo valor de la función  $f(x)=x^3-12x$  en el intervalo cerrado  $[-3,5]$  y dibuja la gráfica

**Consideraciones:**

- 1.- Calcula la derivada de la función
- 2.- Determina los números críticos **c** de la función, es decir, donde la derivada se hace cero  $f'(x)=0$  o  $f'(x)$  no existe
- 3.-Calcula el valor de  $f(c)$  para cada número crítico.
- 4.- Calculamos los valores de  $f(a)$  y  $f(b)$  que corresponden al intervalo cerrado.
- 5,- El máximo será el mayor valor de la función y el mínimo el menor en el intervalo.
- 6.-Obtener algunos otros puntos para trazar una mejor gráfica.

**RÚBRICA DE COEVALUACIÓN EJERCICIO 1**

INDICADORES	EXELENT	SUFICIENTE	INSUFICIENTE
Procedimientos 25 %	Muestra un entendimiento del concepto de los intervalos y utiliza una estrategia efectiva para resolver el problema.	Comete algunos errores en la resolución de los problemas y muestra vacíos conceptuales de los intervalos.	Comete errores en la resolución, y muestra vacíos conceptuales de la derivada.
Orden y organización 25 %	Identifica todos los conceptos importantes y demuestra un conocimiento de las relaciones sobre lo investigado.	Identifica importantes conceptos, pero realiza algunas conexiones erradas de lo investigado.	Realiza conexiones erradas e identifica conceptos, pero realiza algunas conexiones apropiadas de lo investigado.
Errores matemáticos 25 %	El 90-100% de los pasos y soluciones no tienen errores derivativos de los intervalos sobre el problema planteado.	El 85-89% de los pasos y soluciones no tienen errores derivativos del problema planteado.	La mayor parte 70-84% de los pasos y soluciones no tienen errores derivativos del problema planteado.
Conclusiones 25 %	Todos los problemas fueron resueltos asertivamente mediante razonamientos lógicos y deductivos.	Todos menos 2 de los problemas fueron resueltos por razonamientos lógicos.	Todos menos 3 de los problemas fueron resueltos por razonamientos lógicos y deductivos.

**Ejercicio 2:** En binas resolver problemas de máximos y mínimos de una función aplicando los criterios de la primera y segunda derivada y al término de la actividad realizar una puesta en común.

**Problema 1.** Calcular los máximos o mínimos relativos de la función  $y=x^2-2x$  y trazar su gráfica.

**Problema 2.** Calcular los máximos o mínimos relativos de la función  $y=-2x+4$  y trazar su gráfica.

**Problema 3.** Calcular los máximos o mínimos relativos de la función  $y=(x-2)^2+4$  y trazar su gráfica.

**Problema 4.** Calcular los máximos o mínimos relativos de la función  $y=-2x^2-4x+6$  y trazar su gráfica.

**Problema 5.** Determinar los intervalos en los que  $y=2x^3-3x^2-12x+2$  es creciente y los intervalos en los que la función es decreciente.

INDICADORES	EXELENTE	SUFICIENTE	INSUFICIENTE
Procedimientos 25 %	Muestra un entendimiento del concepto derivativo y utiliza una estrategia efectiva para resolver problemas	Comete algunos errores en la resolución de los problemas y muestra vacíos conceptuales y derivativos.	Comete errores en la resolución, y muestra vacíos conceptuales entorno derivativo.
Orden y organización 25 %	Identifica todos los conceptos de los máximos y mínimos y demuestra un conocimiento de las relaciones sobre lo investigado.	Identifica importantes conceptos de los máximos y mínimos pero realiza algunas conexiones erradas de lo investigado.	Realiza conexiones erradas e identifica conceptos, pero realiza algunas conexiones apropiadas de lo investigado.
Errores matemáticos 25 %	El 90-100% de los pasos y soluciones no tienen errores de los intervalos sobre el problema planteado.	El 85-89% de los pasos y soluciones no tienen errores de intervalos sobre el problema planteado.	La mayor parte 70-84% de los pasos y soluciones no tienen errores derivativos sobre el problema planteado.
Conclusiones 25 %	Todos los problemas fueron resueltos asertivamente mediante razonamientos derivativos lógicos y deductivos.	Todos menos 2 de los problemas fueron resueltos por razonamientos derivativos lógicos.	Todos menos 3 de los problemas fueron resueltos por razonamientos derivativos lógicos y deductivos.

**Ejercicio 3** Resolver problemas de máximos y mínimos de una función aplicando los criterios de la primera y segunda derivada y exponga las posibles soluciones de cada problema.

**Problema 1** Un abrevadero de 60 pies de largo, tiene sus extremos en forma de triángulo isósceles, cuyos lados iguales son de 5 pies de longitud. Determinar la anchura en la parte superior de un extremo triangular de manera que el abrevadero sea el máximo.

**Problema 2** El cable de un puente colgante tiene la forma de una parábola y está amarrado a dos columnas que distan 60m la una de la otra. El punto más bajo del cable es 12 m. debajo de los puntos de suspensión. Hallar el ángulo entre el cable y las columnas.

**Problema 3** La resistencia de una viga rectangular es proporcional al producto de la anchura por el cubo del espesor. Calcular las dimensiones de la viga más resistente que puede cortarse un tronco cuya sección transversal es una elipse de semiejes a (mayor) y b (menor).

**Problema 4** ¿Cuáles son las dimensiones del área del mayor rectángulo que puede tener un perímetro de 600 pies?

INDICADORES	EXELENTE	SUFICIENTE	INSUFICIENTE
Procedimientos 25 %	Muestra un entendimiento del concepto de la primera y segunda derivada y utiliza una estrategia efectiva para resolver problemas	Comete algunos errores en la resolución de los problemas de la primera y segunda derivada y muestra vacíos conceptuales.	Comete errores en la resolución por derivadas y muestra vacíos conceptuales entorno al concepto.
Orden y organización 25 %	Identifica todos los conceptos derivativos importantes y demuestra un conocimiento de las relaciones sobre lo investigado.	Identifica importantes conceptos derivativos, pero realiza algunas conexiones erradas de lo investigado.	Realiza conexiones erradas e identifica conceptos derivativos, pero realiza algunas conexiones apropiadas de lo investigado.
Errores matemáticos 25 %	El 90-100% de los pasos y soluciones no tienen errores derivativos sobre los ejercicios planteados.	El 85-89% de los pasos y soluciones no tienen errores derivativos sobre los ejercicios planteados.	La mayor parte 70-84% de los pasos y soluciones no tienen errores derivativos sobre los ejercicios planteados.
Conclusiones 25 %	Todos los problemas fueron resueltos asertivamente mediante razonamientos derivativos lógicos y deductivos.	Todos menos 2 de los problemas fueron resueltos por razonamientos derivativos lógicos.	Todos menos 3 de los problemas fueron resueltos por razonamientos derivativos lógicos y deductivos.

## **II. Guía de Evaluación del Módulo Análisis derivativo de funciones**

## 6. Descripción

La guía de evaluación es un documento que define el proceso de recolección y valoración de las evidencias requeridas por el módulo desarrollado y tiene el propósito de guiar en la evaluación de las competencias adquiridas por los alumnos, asociadas a los Resultados de Aprendizaje; en donde, además, describe las técnicas y los instrumentos a utilizar y la ponderación de cada actividad de evaluación.

Durante el proceso de enseñanza - aprendizaje es importante considerar tres finalidades de evaluación:

La evaluación **diagnóstica** permite establecer un **punto de partida** fundamentado en la detección de la situación en la que se encuentran los alumnos. El alumno a su vez podrá obtener información sobre los aspectos donde deberá hacer énfasis en su dedicación. El docente podrá **identificar las características del grupo y orientar adecuadamente sus estrategias**. En esta etapa pueden utilizarse mecanismos informales de recopilación de información.

La evaluación **formativa** se realiza durante todo el proceso de aprendizaje del alumno, en forma constante, ya sea al finalizar cada actividad de aprendizaje o en la integración de varias de éstas. Tiene como finalidad **informar a los alumnos de sus avances** con respecto a los aprendizajes que deben alcanzar y advertirle sobre los aspectos en los que tiene debilidades o dificultades para regular sus procesos. Asimismo, el docente puede asumir nuevas estrategias que contribuyan a mejorar los resultados del grupo.

La evaluación **sumativa** es adoptada básicamente por una función social, ya que mediante ella se asume una acreditación, una promoción, un fracaso escolar, índices de deserción, etcétera, a través de **criterios estandarizados y bien definidos**. Al asignar convencionalmente, un criterio o valor, manifiesta la síntesis de los logros obtenidos en un ciclo o período escolar.

Con respecto al agente o responsable de llevar a cabo la evaluación, se distinguen tres categorías:

La **autoevaluación** que se refiere a la valoración que hace el alumno sobre su propia actuación, lo que le permite reconocer sus posibilidades, limitaciones y cambios necesarios para mejorar su aprendizaje. En la presente guía de evaluación se ha seleccionado al menos un indicador específico para la autoevaluación que hará el alumno sobre el dominio de alguna competencia de menor complejidad.

La **coevaluación** en la que los alumnos se evalúan mutuamente, valorando los aprendizajes logrados, ya sea por algunos de sus miembros o del grupo en su conjunto. En la presente guía de evaluación se ha seleccionado al menos un indicador para que el alumno verifique el dominio de competencias de menor complejidad en otro alumno.

La **heteroevaluación** en su variante externa, se da cuando agentes no integrantes del proceso enseñanza-aprendizaje son los evaluadores, otorgando cierta objetividad por su no implicación. En este sentido, se ha seleccionado una de las actividades de evaluación, definidas en el programa de estudios, para que sea valorada por un experto externo o por otro docente que no haya impartido el módulo a ese grupo.

La **Tabla de ponderación** vinculada al Sistema de Evaluación Escolar (SAE) permite, tanto al alumno como al docente, ir observando los avances en los resultados de aprendizaje que se van alcanzando. En ella se señala, en términos de porcentaje, el **peso específico** para cada actividad de evaluación; el **peso logrado** por el alumno con base en los desempeños demostrados y el peso **acumulado**, que se refiere a la suma de los porcentajes alcanzados en las diversas actividades de evaluación.

Otro elemento importante que conforma la guía de evaluación es la **rúbrica o matriz de valoración**, que establece **los indicadores y criterios** a considerar para evaluar el logro de los resultados de aprendizaje, los cuales pueden estar asociados a un desempeño o a un producto

Los **indicadores** son los aspectos relevantes de la actividad de evaluación y sirven como guía para verificar la calidad del logro del resultado de aprendizaje. A cada uno de estos indicadores le corresponde un valor porcentual, de acuerdo con su relevancia, destacando que además en ellos se señalan los atributos de las competencias genéricas a evaluar.

Los **criterios** son las condiciones o niveles de calidad que describen, en forma concreta y precisa las cualidades y niveles de calidad que debe tener cada uno de los indicadores. Proporcionan información de lo que cada alumno ha de alcanzar a través de su desempeño, así como del avance en el desarrollo de la competencia. En las rúbricas se han establecido como criterios:

- ✓ **Excelente**, en el cual, además de cumplir con los estándares o requisitos establecidos como necesarios en el logro del producto o desempeño, es propositivo, demuestra iniciativa y creatividad, o que va más allá de lo que se le solicita como mínimo, aportando elementos adicionales en pro del indicador;
- ✓ **Suficiente**, si cumple con los estándares o requisitos establecidos como necesarios para demostrar que se ha desempeñado adecuadamente en la actividad o elaboración del producto. Es en este nivel en el que podemos decir que se ha adquirido la competencia.
- ✓ **Insuficiente**, para cuando no cumple con los estándares o requisitos mínimos establecidos para el desempeño o producto.

7. Tabla de ponderación

UNIDAD	Resultado de aprendizaje	ACTIVIDAD DE EVALUACIÓN	% Peso Específico	% Peso Logrado	% Peso Acumulado
1. Aplicación de la derivada con estrategias variacionales.	1.1. Determina la razón del cambio de una variable y lo representa en tablas y gráficas.	1.1.1.	15%		
	1.2. Analiza la razón del cambio de la variable, de acuerdo con los patrones establecidos en el movimiento lineal.	1.2.1.	15%		
	1.3. Calcula el comportamiento de los cambios de la variable utilizando métodos numéricos.	1.3.1.	20%		
<b>% PESO PARA LA UNIDAD</b>			<b>50%</b>		
2. Representación de la derivada como función.	2.1. Grafica los máximos y mínimos en funciones lineales y no lineales, para localizar los puntos de inflexión.	2.1.1.	30%		
	2.1. Calcular la tercera derivada de una función hasta encontrar el punto de inflexión.	2.2.1.	20%		
<b>% PESO PARA LA UNIDAD</b>			<b>50%</b>		
<b>PESO TOTAL DEL MÓDULO</b>			<b>100%</b>		

## 8. Desarrollo de actividades de evaluación

<b>Unidad de Aprendizaje</b>	1. Aplicación de la derivada con estrategias variacionales.
<b>Resultado de Aprendizaje</b>	1.1. Determina la razón del cambio de una variable y lo representa en tablas y gráficas.
<b>Actividad de Evaluación</b>	1.1.1. Representar de manera gráfica el comportamiento de una variable.

Instrucciones: A partir del problema establece el modelo matemático, gráfica y elabora una conclusión.

Al atardecer se encuentran dos personas paradas paralelamente observando sus sombras. Cada minuto que transcurre la sombra de la primera persona aumenta 1m, mientras que la sombra de la segunda persona aumenta 3 ¿Qué sucederá si el efecto dura 7 min?

- ¿Cuál es la pendiente de la gráfica de la persona A?
- ¿Cuál es la pendiente de la gráfica de la persona B?
- ¿Cómo puedes explicar la diferencia entre del aumento de la sombra de la persona A y la persona B?
- ¿Cuál es el valor de  $d$  cuando  $t$  es igual a cero? En la gráfica A y en la gráfica B
- ¿Cuál es la expresión algebraica de cada gráfica?
- Compara los coeficientes de  $t$  con la razón de cambio ¿qué puedes concluir al respecto?
- En el caso de que ambas personas caminen de forma paralela en sentido contrario y la persona A tenga el sol a sus espaldas aumenta su sombra 1 m, que sucede con la sombra de la segunda persona si tiene de frente el sol ¿aumenta o disminuye su sombra 3 metros?

<b>Unidad de Aprendizaje</b>	1. Aplicación de la derivada con estrategias variacionales.
<b>Resultado de Aprendizaje</b>	1.2. Analiza la razón del cambio de la variable, de acuerdo con los patrones establecidos en el movimiento lineal.
<b>Actividad de Evaluación</b>	1.2.1. Define el comportamiento de una variable de acuerdo con patrones de crecimiento y decrecimiento.

### Ejercicio 1

En una circunferencia, sabemos que su radio aumenta a razón de 1 cm/s ¿Cuál es la razón de cambio del área de la circunferencia cuando el radio sea igual a 5 cm? (Cateterismo)

### Ejercicio 2

El volumen de un cubo está cambiando a razón de 75 cm<sup>3</sup>/minuto.

- a) Hallar la razón de cambio de su lado cuando mide 5 cm
- b) Hallar la razón de cambio del área superficial cuando ésta es de 24 cm<sup>2</sup>

### Ejercicio 3

Un obrero sostiene una cuerda de 36 m de longitud y al otro extremo hay un peso. La cuerda pasa por una polea situada a 20 metros de altura. Si éste se aleja de la polea a razón de 5 m/s, ¿a qué velocidad se eleva el peso cuando está a 10 metros por encima de la posición original?

<b>Unidad de Aprendizaje</b>	<b>1.</b> Aplicación de la derivada con estrategias variacionales.
<b>Resultado de Aprendizaje</b>	<b>1.3.</b> Calcula el comportamiento de los cambios de la variable utilizando métodos numéricos.
<b>Actividad de Evaluación</b>	<b>1.3.1.</b> Estima el valor del cambio continuo y cambio discreto de un fenómeno, por medio de modelos predictivos.

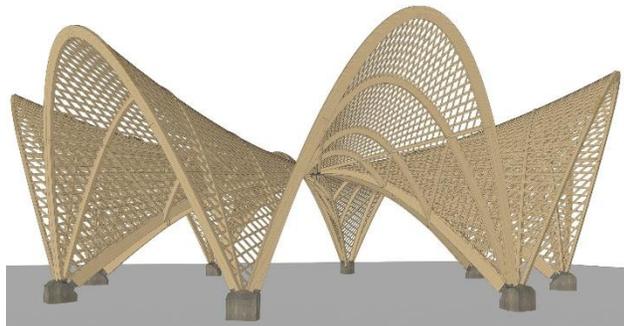
Instrucciones: Los siguientes datos muestran la trayectoria de una rampa de skateboarding.

x	y
-6	36
-5	25
-4	16
-3	9
-2	4
-1	1
0	0
1	1
2	4
3	9
4	16
5	25

Determina:

- a) Grafica los datos.
- b) Qué tipo de función es.
- c) Determina si es cóncavo o convexo.
- d) Determina si es continua la función y de ser así cuales son los intervalos de la continuidad.
- e) Si la rampa es continua cual es el punto más alto al que puede llegar con la coordenada  $x=8$ .
- f) Escribe tus conclusiones.

Determina la continuidad de una función en una estructura arquitectónica para el techado de la nueva explanada del mercado municipal. El espacio a cubrir tiene una superficie de 1500 metros cuadrados y una altura en la clave de 9 metros, y máxima en los extremos de 14 metros. Se propone la realización de una bóveda de arista formada por ocho sectores de paraboloides hiperbólicos de directrices no perpendiculares, con clave horizontal y borde inclinado. Los apoyos se encuentran situados en un círculo de 39 metros de diámetro exterior, separados entre sí 14 metros.



Determina:

- a) calcular la concavidad, convexidad, y así también los puntos de inflexión de la estructura
- b) Determina si es continua la función y de ser así cuales son los intervalos de la continuidad.
- c) Las coordenadas para sostener la bóveda en su punto más alto.



<b>Unidad de Aprendizaje</b>	<b>2.</b> Representación de la derivada como función.
<b>Resultado de Aprendizaje</b>	<b>2.1.</b> Grafica los máximos y mínimos en funciones lineales y no lineales, para localizar los puntos de inflexión.
<b>Actividad de Evaluación</b>	<b>2.1.1.</b> Localiza en el plano cartesiano las regiones de crecimiento y decrecimiento de una función dada en un contexto específico.

**Ejercicio No 1 – Física –**

Un automóvil recorre una carretera rectilínea con movimiento uniforme cuya velocidad tiene módulo  $v$ , mientras un reflector colocado en el punto F a distancia  $d$  de la carretera lo ilumina constantemente, para lo cual se va girando sobre un eje. Tomando tiempo  $t=0$  cuando el móvil pasa por el punto O y suponiendo que en un instante posterior  $t$  aquél ha recorrido una distancia  $x$  como se indica en la figura, te preguntamos:

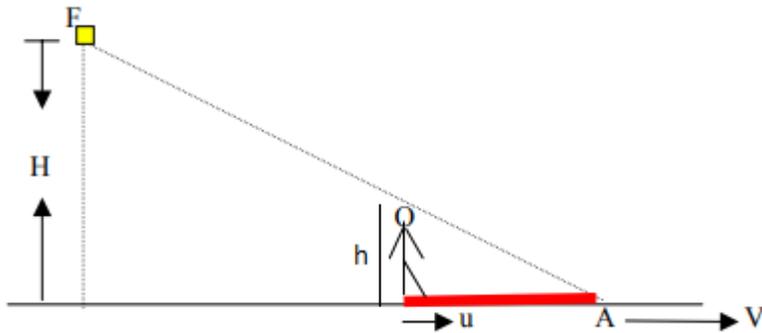
- a) ¿Cuál es la relación entre el ángulo  $\theta$  y la distancia  $x$ ?
- b) Recordando que la velocidad angular  $\omega$  de un movimiento circular es:  $\omega = \frac{d\theta}{dt}$ 
  - ¿Crees que el movimiento del reflector es circular uniforme? Busca una justificación sin realizar cálculos.
  - Encuentra la relación entre  $\omega$  y  $x$ , bosqueja esa relación y verifica tu respuesta a la pregunta anterior.
- c) Calcula  $\omega$  para  $x = 0$  y  $x = 50$  m, siendo  $d = 100$  m y  $v = 72$  Km / h
- d) Recordando que el movimiento del vehículo es rectilíneo uniforme y por tanto  $x = vt$ , encuentra la expresión de  $\omega(t)$ .
- e) Siendo la aceleración angular del movimiento circular  $\gamma = d\omega/dt$ , calcula esa aceleración y para  $x = 0$  y  $x = 50$ m.

**Ejercicio No. 2 – Química –**

Un globo esférico se llena con gas con un gasto constante  $Q = 100$  litros /minuto. Suponiendo que la presión del gas es constante, halla la velocidad con que está aumentando el radio  $R$  del globo en el instante en que  $R=0.3$  m.

**Ejercicio No. 3 - Física –**

Un foco de luz está colocado a una altura de  $H$  metros sobre el nivel del suelo. Una persona de altura  $h$  metros pasa por la vertical del foco moviéndose a velocidad constante  $u$  m/seg.



- Calcula la velocidad  $V$  con que se mueve el extremo  $A$  de su sombra, en función de  $H$ ,  $h$  y  $u$ .
- ¿Cuál es esa velocidad si el foco luminoso está situado a 4m del nivel de la calle si la persona mide 1.75 de altura y camina a una velocidad de 1 m / seg?
- Supongamos ahora que una segunda persona camina acompañando a la anterior. Investiga si es posible que la velocidad del extremo de la sombra de esta segunda persona sea doble de la velocidad  $V$  de la primera.

**Ejercicio No. 4 – Demanda –**

Una fábrica vende  $q$  miles de artículos fabricados cuando su precio es de  $p$  U\$S /unidad. Se ha determinado que la relación entre  $p$  y  $q$  es:

$$q^2 - 2q\sqrt{p} - p^2 - 31 = 0$$

Si el precio  $p$  del artículo es de 9 U\$S y se incrementa a una tasa de 0,20 U\$S por semana:

- Calcula el número de artículos vendidos a 9 dólares.
- ¿Con qué rapidez cambia la cantidad de unidades  $q$  vendidas por semana cuando el precio es de 9 U\$S?

**Ejercicio No. 5 – Física –**

Un niño sostiene el manajo de hilo de una cometa a 1,50 m del suelo. La cometa se desplaza horizontalmente a una altura de 81,5m. Calcula a qué velocidad debe el niño soltar hilo en el momento en que la cometa está a 100m de él si la velocidad de la cometa es de 20 m / min.

**Ejercicio No. 6 - Termodinámica -**

Una bebida se saca del refrigerador a una temperatura de 100 C y se deja en una habitación donde la temperatura es de 250 C. Según la ley de enfriamiento de Newton (calentamiento sería en este caso el término apropiado) la temperatura T de la bebida variará en el tiempo de acuerdo a la expresión:

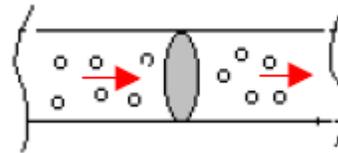
$$T(t) = 25 - A.e^{-kt} \quad T(t) = 25 - A.e^{-kt} \text{ con } A \text{ y } k \text{ constantes}$$

- a) Sabiendo que al cabo de 20 minutos la temperatura de la bebida es de 150 C, calcula las constantes A y k.
- b) Bosqueja el gráfico de la función T para  $t \geq 0$  y encuentra la expresión de la rapidez instantánea de calentamiento de la bebida.
- c) Encuentra el instante en que esa rapidez es máxima y el instante en que ella es la mitad de la máxima.
- d) ¿Cuál será la temperatura de la bebida al cabo de una hora?

**Ejercicio No. 7 - Electricidad -**

La carga eléctrica Q que atraviesa la sección de un conductor está dada por la expresión:

$$Q(t) = -\frac{A}{\omega} \cos(\omega t)$$



siendo A y  $\omega$  constantes:

- a) Grafica Q en función de t en un período.
- b) Recordando que la intensidad I de la corriente indica la rapidez con que varía la carga Q que atraviesa la sección del conductor, deduce de la gráfica de la parte a) los instantes en que I es máxima y mínima.
- c) Verifica con el cálculo tus respuestas a la parte anterior.
- d) Calcula en qué instante la intensidad I en valor absoluto es la mitad del valor **máximo**.

**Ejercicio No. 8 – Propagación de epidemia –**

Un estudio realizado durante una epidemia que se propagó entre los animales del rodeo vacuno de nuestro país mostró que el número de animales afectados,  $t$  días después de iniciado el brote, respondió a una expresión del tipo:

$$n(t) = \frac{N}{1 + A \cdot e^{-Kt}}$$

$N$  y  $A$  constantes,  $A > 1$ , donde  $N$  era el número total de animales del rodeo nacional.

- a) Demuestra que la máxima velocidad de propagación de la enfermedad ocurrió cuando se infectó la mitad del rodeo.
- b) Bosqueja la función  $n$  para  $t \geq 0$ , y la función velocidad de propagación  $V$ .

**Ejercicio No. 9 – Propagación de rumor –**

En una población de  $P$  habitantes se desea estudiar la velocidad de propagación de un rumor. Se adopta para ello un modelo matemático que indica que el número  $N$  de personas que en un instante  $t$  han oído el rumor puede expresarse por la relación:

$$N(t) = P(1 - e^{-Kt}) \quad \text{con: } K \text{ cte., } K > 0, t \text{ en horas y } K \text{ en (1/hora)}$$

- a) Si  $K=0,1$ , calcula el tiempo transcurrido para que el 60% de la población conozca el rumor, y la velocidad de propagación del mismo en ese momento.
- b) Grafica  $N(t)$  para  $t \geq 0$  e indica en qué momento la velocidad de propagación del rumor es máxima.
- c) Demuestra que el modelo matemático adoptado consistió en suponer que la velocidad de propagación del rumor fue proporcional al número de personas que en un instante  $t$  todavía no lo habían oído.

**Ejercicio. 10 – Población de bacterias –**

La población P de una colonia de bacterias con espacio y alimentos ilimitados, varía con el tiempo de acuerdo a la expresión:

$$P(t) = C \cdot e^{K \cdot t} \quad \text{con } C \text{ y } K \text{ constantes, } t \text{ en horas y } K \text{ en } 1/\text{hora.}$$

- Si en el instante inicial  $t = 0$  la población era de 1000 bacterias y al cabo de 1 hora la misma se duplicó, determina los valores de C y K.
- Bosqueja el gráfico de la función P, halla la velocidad v de crecimiento de la población en función de t y determina el instante de mínima velocidad.
- Calcula la población al cabo de 2 horas y la velocidad de crecimiento en ese instante.
- Demuestra que el modelo matemático adoptado para el estudio del problema consistió en suponer que la velocidad de crecimiento de la población en un instante fue proporcional al número de bacterias en ese instante.

**Ejercicio No.11 – Variación de la población –**

Un modelo matemático para estudiar la variación de la población mundial P ha supuesto que la misma está expresada por:

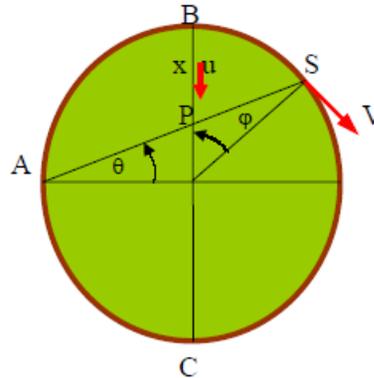
$$P(T) = 5 \cdot e^{0.0278 t} \quad \text{con } P \text{ en miles de millones de personas y } t \text{ en años.}$$

En este modelo se han considerado constantes la tasa de natalidad (nacimientos por año) y de mortalidad (defunciones por año). Tomando  $t = 0$  en el año 1987:

- Bosqueja P como función de t para  $t \geq 0$ .
- Calcula la tasa de variación instantánea de la población en el año 1987.
- Calcula la población prevista para el año 2005 y la tasa de variación instantánea en ese año.
- ¿En qué tiempo se duplicaría la población existente en 1987 y cuando alcanzaría los 15.000 millones?
- ¿Crees adaptado a la realidad este modelo matemático? f) Demuestra que en este modelo la tasa instantánea de crecimiento en un instante t se ha supuesto proporcional a la población existente en ese instante, y que la constante de proporcionalidad vale 0.0278.

**Ejercicio No.12 –Iluminación –**

Proyectada sobre el muro perimetral O describe un movimiento circular de velocidad V. (u y V, módulos). En un instante t cualquiera C el móvil se encuentra en un punto P, Un terreno circular de radio R se ilumina con un foco colocado en el punto A como indica la figura.



Un móvil recorre el segmento BC con movimiento rectilíneo uniforme de velocidad u mientras su sombra S proyectada sobre el muro perimetral describe un movimiento circular de velocidad V. (u y V, módulos). En un instante t cualquiera el móvil se encuentra en un punto P, siendo x la distancia BP y s la longitud del arco BS. Recuerda que:  $s = R \cdot \phi$

- Halla la relación entre  $\theta$  y  $\phi$  y calcula  $\theta$  en función de x.
- Encuentra la expresión de V como función de x.
- Tomando  $t=0$  cuando el móvil pasa por el punto B, bosqueja la función V e indica en qué posiciones del móvil la velocidad de la sombra es máxima y mínima para x variando entre 0 y 2R.
- Calcula la velocidad de la sombra cuando el móvil pasa por el punto medio del segmento BO, e indica cuál es el porcentaje de esa velocidad respecto de la velocidad máxima.

<b>Unidad de Aprendizaje</b>	<b>2.</b> Representación de la derivada como función.
<b>Resultado de Aprendizaje</b>	<b>2.2.</b> Calcular la tercera derivada de una función hasta encontrar el punto de inflexión.
<b>Actividad de Evaluación</b>	<b>2.2.1.</b> Ubica en una gráfica las derivadas sucesivas de funciones polinomiales y trigonométricas mediante algoritmos.

Resolver ejercicios de aplicación de máximos y mínimos de una función en problemas de optimización por derivadas y justifique como llegó a los resultados óptimos.

Supóngase que se desea determinar el mayor producto que puede formarse por dos números no negativos cuya suma es 50.

**Consideraciones:**

1.-Toma el primer número del producto como  $x$  y el segundo como  $50-x$  tomando  $x \geq 0$

2.-El problema es determinar el valor de  $x$  en  $[0,50]$  tal que el producto  $P$

3.-Expresa el producto como

$$P(x) = x(50-x) = 50x - x^2$$

Calcula la primera y la segunda derivada.

9. Matriz de valoración o Rúbrica

**MATRIZ DE VALORACIÓN O RÚBRICA**

<b>Siglema:</b>	AIND-03	<b>Nombre del módulo:</b>	Análisis derivativo de funciones	<b>Nombre del alumno:</b>	
<b>Docente evaluador:</b>				<b>Grupo:</b>	<b>Fecha:</b>
<b>Resultado de aprendizaje:</b>	1.1. Determina la razón del cambio de una variable y lo representa en tablas y gráficas.		<b>Actividad de evaluación:</b>	1.1.1. Representar de manera gráfica el comportamiento de una variable.	

INDICADORES	%	CRITERIOS		
		Excelente	Suficiente	Insuficiente
<b>Planteamiento del problema 4.2</b>	<b>30</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Interpreta completamente el los datos y la información sobre el comportamiento de las variables.</li> <li>• Identifica las variables independientes y dependientes.</li> <li>• Identifica el tipo de función con la que puede resolver.</li> <li>• Presenta parcialmente los intervalos de valores que hacen continua la función.</li> <li>• Determina mediante la división sintética las raíces de una función.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Interpreta completamente el los datos y la información sobre el comportamiento de las variables.</li> <li>• Identifica las variables independientes y dependientes.</li> <li>• Identifica el tipo de función con la que puede resolver.</li> <li>• Presenta parcialmente los intervalos de valores que hacen continua la función.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Demuestra poca comprensión del problema, no identifica o interpreta los datos para el planteamiento del problema y el tipo de función con la que se puede resolver. Identifica las variables                         <ul style="list-style-type: none"> <li>- Independientes</li> <li>- Dependientes</li> </ul> </li> </ul>
<b>Estrategia y solución del problema 1.1</b>	<b>30</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Identifica las fórmulas aplicables, en el proceso de resolución de problema.</li> <li>• La fórmula responde al planteamiento del problema.</li> <li>• Determina los valores del dominio y el rango de una función.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Identifica las fórmulas aplicables, en el proceso de resolución de problema.</li> <li>• La fórmula responde al planteamiento del problema.</li> <li>• Determina los valores del dominio y el rango de una función.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• La aplicación de las fórmulas es incorrecta, comete errores aritméticos y algebraicos en la resolución de problema. A veces usa estrategias efectivas y eficientes para resolver los problemas.</li> </ul>

INDICADORES	%	CRITERIOS		
		Excelente	Suficiente	Insuficiente
		<ul style="list-style-type: none"> <li>• Establece las características de un intervalo.</li> <li>• Presenta la clasificación de las funciones de acuerdo a su estructura.</li> <li>• Realiza las operaciones entre funciones.</li> <li>• Determina el valor de la función inversa de una función.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Establece las características de un intervalo.</li> <li>• Presenta la clasificación de las funciones de acuerdo a su estructura.</li> <li>• Realiza las operaciones entre funciones.</li> </ul>	
<b>Interpretación de la gráfica de una función 4.2</b>	<b>20</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Analiza el comportamiento de la función de acuerdo con la gráfica.</li> <li>• Utiliza una herramienta informática para graficar la función.</li> <li>• Explica el comportamiento de las variables durante la detección de las sombras, y la forma que generó las funciones.</li> <li>• Presenta el análisis de los intervalos.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Analiza el comportamiento de la función de acuerdo con la gráfica.</li> <li>• Presenta el análisis de los intervalos.</li> <li>• Explica el comportamiento de las variables durante la detección del movimiento de las sombras, y la forma en que generó las funciones.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Describe el comportamiento de la función sin referenciar la gráfica.</li> <li>• Omite incluir el análisis de los intervalos.</li> <li>• Omite explicar el comportamiento de las variables durante la detección del movimiento de las sombras, o elude mencionar la forma en que se generaron las funciones.</li> </ul>
<b>Informe técnico 4.2</b>	<b>15</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Entrega el reporte escrito con el procedimiento, resultado y conclusiones de acuerdo con lo planteado.</li> <li>• Interpreta el comportamiento de las variables durante el movimiento de las sombras.</li> <li>• Expresa el resultado de la solución del modelo matemático, en los términos que encontró las variables.</li> <li>• Realiza predicciones de acuerdo al comportamiento de las variables.</li> <li>• Incluye fotografías o gráficas como evidencia.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Entrega el reporte escrito con el procedimiento, resultado y conclusiones de acuerdo con lo planteado.</li> <li>• Interpreta el comportamiento de las variables durante el movimiento de las sombras.</li> <li>• Expresa el resultado de la solución del modelo matemático, en los términos que encontró las variables.</li> </ul>	<p>Omite algunos de los siguientes aspectos:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Entrega el reporte escrito con el procedimiento, resultado y conclusiones de acuerdo con lo planteado.</li> <li>• Interpreta el resultado de la solución del modelo matemático acerca del problema del mundo real, haciendo predicciones de acuerdo a su comportamiento.</li> </ul>

INDICADORES	%	CRITERIOS		
		Excelente	Suficiente	Insuficiente
<b>Trabajo colaborativo (Autoevaluación) 8.1 y 8.2</b>	5	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Durante el planteamiento del problema propone la serie de pasos a seguir para llegar a una solución.</li> <li>• Plantea la estrategia aportando opiniones con apertura y considerando de manera reflexiva los puntos de vista de otros compañeros.</li> <li>• Busca soluciones a las dificultades que se presenten durante el transcurso del proyecto.</li> <li>• Asume las responsabilidades asignadas dentro del equipo, con actitud positiva hacia el trabajo.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Durante el planteamiento del problema propone la serie de pasos a seguir para llegar a una solución.</li> <li>• Plantea la estrategia aportando opiniones con apertura y considerando de manera reflexiva los puntos de vista de otros compañeros.</li> <li>• Busca soluciones a las dificultades que se presenten durante el transcurso del proyecto.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Durante el planteamiento del problema se manifiesta indiferente a las propuestas para llegar a una solución.</li> <li>• Impone opiniones ignorando los puntos de vista de otros compañeros.</li> <li>• Explica los pretextos para justificar las dificultades que se presenten durante el transcurso del proyecto.</li> </ul>
	100			

**MATRIZ DE VALORACIÓN O RÚBRICA**

<b>Siglema:</b>	AIND-03	<b>Nombre del módulo:</b>	Análisis derivativo de funciones	<b>Nombre del alumno:</b>	
<b>Docente evaluador:</b>				<b>Grupo:</b>	<b>Fecha:</b>
<b>Resultado de aprendizaje:</b>	1.2. Analiza la razón del cambio de la variable, de acuerdo con los patrones establecidos en el movimiento lineal.		<b>Actividad de evaluación:</b>	1.2.1. Define el comportamiento de una variable de acuerdo con patrones de crecimiento y decrecimiento.	

INDICADORES	%	CRITERIOS		
		Excelente	Suficiente	Insuficiente
<p><b>Calculo de límites</b> 1.1</p>	30	<ul style="list-style-type: none"> <li>Calcula los límites unilaterales en los valores establecidos para cada función verificando si el límite existe y aplica el teorema: <math>\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = L</math> entonces: <math>\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L</math>.</li> <li>Define el concepto de intuitivo de límite de una función.</li> <li>Presenta el concepto de límites laterales por izquierda y derecha.</li> <li>Analiza parcialmente el teoremas de límites para cualquiera de los siguiente:                             <ul style="list-style-type: none"> <li>Límites de funciones polinomiales.</li> <li>Límites de funciones racionales</li> <li>Límites de funciones trigonométricas</li> <li>Límites de funciones logarítmicas.</li> <li>Límites de funciones exponenciales.</li> </ul> </li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Calcula los límites unilaterales en los valores establecidos para cada función verificando si el límite existe y aplica el teorema: <math>\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = L</math> entonces: <math>\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L</math>.</li> <li>Define el concepto de intuitivo de límite de una función.</li> <li>Presenta el concepto de límites laterales por izquierda y derecha.</li> <li>Analiza parcialmente el teoremas de límites para cualquiera de los siguiente:                             <ul style="list-style-type: none"> <li>Límites de funciones polinomiales.</li> <li>Límites de funciones racionales</li> <li>Límites de funciones trigonométricas</li> <li>Límites de funciones logarítmicas.</li> <li>Límites de funciones exponenciales.</li> </ul> </li> </ul>	<p>Omite realizar alguna de las siguientes acciones:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Calcula los límites unilaterales en los valores establecidos para cada función verificando si el límite existe y aplica el teorema: <math>\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = L</math> entonces: <math>\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L</math>.</li> <li>Define el concepto de intuitivo de límite de una función.</li> <li>Presenta el concepto de límites laterales por izquierda y derecha.</li> <li>Analiza parcialmente el teoremas de límites para cualquiera de los siguiente:                             <ul style="list-style-type: none"> <li>Límites de funciones polinomiales.</li> <li>Límites de funciones racionales</li> <li>Límites de funciones trigonométricas</li> <li>Límites de funciones logarítmicas.</li> </ul> </li> <li>Límites de funciones exponenciales.</li> </ul>

INDICADORES	%	CRITERIOS		
		Excelente	Suficiente	Insuficiente
		<ul style="list-style-type: none"> <li>• Explica el resultado obtenido del límite, así como la diferencia que existe con el valor de la función en ese punto.</li> </ul>		
<p><b>Manejo de formulas</b> <b>4.2</b></p>	30	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Presenta el desarrollo de los cálculos realizado, aplicando los teoremas de límites.</li> <li>• Representa gráficamente el límite de una función.</li> <li>• Define el concepto de intuitivo de límite de una función.</li> <li>• Gráfica la función usando un software o graficadora</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Presenta el desarrollo de los cálculos realizado, aplicando los teoremas de límites.</li> <li>• Representa gráficamente el límite de una función.</li> <li>• Define el concepto de intuitivo de límite de una función.</li> <li>• Representa grafica de los valores intuitivos del límite.</li> </ul>	<p>Omite realizar alguna de las siguientes acciones:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Presenta el desarrollo de los cálculos realizado, aplicando los teoremas de límites.</li> <li>• Representa gráficamente el límite de una función.</li> <li>• Define el concepto de intuitivo de límite de una función.</li> <li>• Representa grafica de los valores intuitivos del límite.</li> </ul>
<p><b>Interpretación del límite</b> <b>1.1</b></p>	30	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Grafica dos funciones de la forma <math>(x)=g(x)/h(x)</math> con denominador de grado 2 y numerador de primer grado en hojas milimétricas.</li> <li>• Calcula la pendiente de una recta tangente, mediante la razón de cambio.</li> <li>• Presenta la pendiente de la recta normal a partir de la pendiente de la tangente.</li> <li>• Analiza parcialmente el principio de los incrementos para determinar la razón del cambio en la variable.</li> <li>• Determina límites y gráfica la función usando calculadora graficadora o software para trazar gráficas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Grafica dos funciones de la forma <math>(x)=g(x)/h(x)</math> con denominador de grado 2 y numerador de primer grado en hojas milimétricas.</li> <li>• Calcula la pendiente de una recta tangente, mediante la razón de cambio.</li> <li>• Presenta la pendiente de la recta normal a partir de la pendiente de la tangente.</li> <li>• Analiza parcialmente el principio de los incrementos para determinar la razón del cambio en la variable.</li> </ul>	<p>Omite realizar alguna de las siguientes acciones:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Grafica dos funciones de la forma <math>(x)=g(x)/h(x)</math> con denominador de grado 2 y numerador de primer grado en hojas milimétricas.</li> <li>• Calcula la pendiente de una recta tangente, mediante la razón de cambio.</li> <li>• Presenta la pendiente de la recta normal a partir de la pendiente de la tangente.</li> <li>• Analiza parcialmente el principio de los incrementos para determinar la razón del cambio en la variable.</li> </ul>

INDICADORES	%	CRITERIOS		
		Excelente	Suficiente	Insuficiente
<b>Reporte de ejercicios 1.2, 4.2</b>	10	<ul style="list-style-type: none"> <li>Entrega el trazado de funciones en orden, con limpieza, los datos completos, en tiempo y forma.</li> <li>Incluye en su gráfica:                             <ul style="list-style-type: none"> <li>Datos en ejes coordenados.</li> <li>Valores y pares ordenados en la gráfica.</li> </ul> </li> <li>Redacta con sus propias palabras el significado de algunos pares ordenados calculados.</li> <li>Hace comentarios de alternativas de solución a sus compañeros o docente.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Entrega el trazado de funciones en orden, con limpieza, con datos completos, en tiempo y forma.</li> <li>Incluye en su gráfica:                             <ul style="list-style-type: none"> <li>Datos en ejes coordenados.</li> <li>Valores y pares ordenados en la gráfica.</li> </ul> </li> <li>Explica con sus propias palabras el significado de algunos pares ordenados calculados.</li> </ul>	<p>Omite realizar alguna de las siguientes acciones:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Entrega el trazado de funciones en orden, con limpieza, con datos completos, en tiempo y forma.</li> <li>Incluye en su gráfica:                             <ul style="list-style-type: none"> <li>Datos en ejes coordenados.</li> <li>Valores y pares ordenados en la gráfica.</li> </ul> </li> <li>Explica con sus propias palabras el significado de algunos pares ordenados calculados.</li> </ul>
	100			

**MATRIZ DE VALORACIÓN O RÚBRICA**

<b>Siglema:</b>	AIND-03	<b>Nombre del módulo:</b>	Análisis derivativo de funciones	<b>Nombre del alumno:</b>	
<b>Docente evaluador:</b>		<b>Grupo:</b>		<b>Fecha:</b>	
<b>Resultado de aprendizaje:</b>	<b>1.3.</b> Calcula el comportamiento de los cambios de la variable utilizando métodos numéricos.		<b>Actividad de evaluación:</b>	<b>1.3.1.</b> Estima el valor del cambio continuo y cambio discreto de un fenómeno, por medio de modelos predictivos.	

INDICADORES	%	CRITERIOS		
		Excelente	Suficiente	Insuficiente
<b>Graficación e identificación. 1.1</b>	<b>30</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Grafica e identifica funciones a través de tablas de datos.</li> <li>• Analiza las condiciones de continuidad.</li> <li>• Determina los valores de las raíces mediante la división sintética.</li> <li>• Analiza los valores de inflexión en una función.</li> <li>• Determina la imagen de la función mediante un programa informático de graficación.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Grafica e identifica funciones a través de tablas de datos.</li> <li>• Analiza las condiciones de continuidad.</li> <li>• Determina los valores de las raíces mediante la división sintética.</li> <li>• Analiza los valores de inflexión en una función.</li> </ul>	<p>Omite alguno de los siguientes puntos.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Grafica e identifica funciones a través de tablas de datos.</li> <li>• Analiza las condiciones de continuidad.</li> <li>• Determina los valores de las raíces mediante la división sintética.</li> <li>• Analiza los valores de inflexión en una función.</li> </ul>
<b>Variables de la curva. 4.2</b>	<b>30</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Determina los signos en cada uno de los intervalos de la función.</li> <li>• Indica los valores de continuidad.</li> <li>• Analiza mediante la raíces polinomiales la continuidad de la curva.</li> <li>• Evalúa la continuidad de las funciones calculando el intervalo.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Determina los signos en cada uno de los intervalos de la función.</li> <li>• Indica los valores de continuidad.</li> <li>• Analiza mediante la raíces polinomiales la continuidad de la curva.</li> </ul>	<p>Omite alguno de los siguientes puntos.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Determina los signos en cada uno de los intervalos de la función.</li> <li>• Indica los valores de continuidad.</li> <li>• Analiza mediante la raíces polinomiales la continuidad de la curva.</li> </ul>

INDICADORES	%	CRITERIOS		
		Excelente	Suficiente	Insuficiente
<b>Interpretación de resultados 2.1</b>	<b>30</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Determina el dominio de las funciones (los valores que puede tomar la variable).</li> <li>• Encuentra el valor esperado en el límite</li> <li>• Identifica el tipo de función elemental al que pertenece.</li> <li>• Encuentra los límites.</li> <li>• Explica el comportamiento de la variable como manifestación de la belleza en la construcción arquitectónica.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Determina el dominio de las funciones (los valores que puede tomar la variable).</li> <li>• Encuentra el valor esperado en el límite</li> <li>• Identifica el tipo de función elemental al que pertenece.</li> <li>• Encuentra los límites.</li> </ul>	<p>Omite realizar alguna de las siguientes acciones:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Determina el dominio de las funciones (los valores que puede tomar la variable).</li> <li>• Encuentra el valor esperado en el límite</li> <li>• Identifica el tipo de función elemental al que pertenece.</li> <li>• Encuentra los límites.</li> </ul>
<b>Reporte de ejercicios 1.2, 4.2</b>	<b>10</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Entrega el trazado de funciones en orden, con limpieza, los datos completos, en tiempo y forma.</li> <li>• Incluye en su gráfica:                             <ul style="list-style-type: none"> <li>- Datos en ejes coordenados.</li> <li>- Valores y pares ordenados en la gráfica.</li> </ul> </li> <li>• Redacta con sus propias palabras el significado de algunos pares ordenados calculados.</li> <li>• Hace comentarios de alternativas de solución a sus compañeros o docente.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Entrega el trazado de funciones en orden, con limpieza, con datos completos, en tiempo y forma.</li> <li>• Incluye en su gráfica:                             <ul style="list-style-type: none"> <li>- Datos en ejes coordenados.</li> <li>- Valores y pares ordenados en la gráfica.</li> </ul> </li> <li>• Explica con sus propias palabras el significado de algunos pares ordenados calculados.</li> </ul>	<p>Omite realizar alguna de las siguientes acciones:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Entrega el trazado de funciones en orden, con limpieza, con datos completos, en tiempo y forma.</li> <li>• Incluye en su gráfica:                             <ul style="list-style-type: none"> <li>- Datos en ejes coordenados.</li> <li>- Valores y pares ordenados en la gráfica.</li> </ul> </li> <li>• Explica con sus propias palabras el significado de algunos pares ordenados calculados.</li> </ul>
	<b>100</b>			

**MATRIZ DE VALORACIÓN O RÚBRICA**

<b>Siglema:</b>	AIND-03	<b>Nombre del módulo:</b>	Análisis derivativo de funciones	<b>Nombre del alumno:</b>	
<b>Docente evaluador:</b>		<b>Grupo:</b>		<b>Fecha:</b>	
<b>Resultado de aprendizaje:</b>	2.1. Grafica los máximos y mínimos en funciones lineales y no lineales, para localizar los puntos de inflexión.		<b>Actividad de evaluación:</b>	2.1.1. Localiza en el plano cartesiano las regiones de crecimiento y decrecimiento de una función dada en un contexto específico. (Heteroevaluación)	

INDICADORES	%	CRITERIOS		
		Excelente	Suficiente	Insuficiente
<b>Solución del problema 5.1</b>	25	<ul style="list-style-type: none"> <li>Identifica el planteamiento a resolver.</li> <li>Analiza el concepto de la derivada.</li> <li>Calcula la derivada por la definición de la diferencial (método de 4 pasos)</li> <li>Realiza el cálculo de la derivada mediante fórmulas</li> <li>Realiza el cálculo de la derivada utilizando la regla de la cadena.</li> <li>Determina la derivada de funciones de tipo implícitas</li> <li>Calcula derivada de orden superior mediante la técnica del método sucesivo.</li> <li>Realiza la gráfica representativa del problema planteado.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Analiza el concepto de la derivada.</li> <li>Calcula la derivada por la definición de la diferencial (método de 4 pasos)</li> <li>Realiza el cálculo de la derivada mediante fórmulas</li> <li>Realiza el cálculo de la derivada utilizando la regla de la cadena.</li> <li>Determina la derivada de funciones de tipo implícitas</li> <li>Calcula derivada de orden superior mediante la técnica del método sucesivo.</li> </ul>	<p>Omite realizar alguna de las siguientes acciones:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Analiza el concepto de la derivada.</li> <li>Calcula la derivada por la definición de la diferencial (método de 4 pasos)</li> <li>Realiza el cálculo de la derivada mediante fórmulas</li> <li>Realiza el cálculo de la derivada utilizando la regla de la cadena.</li> <li>Determina la derivada de funciones de tipo implícitas</li> <li>Calcula derivada de orden superior mediante la técnica del método sucesivo.</li> </ul>

INDICADORES	%	CRITERIOS		
		Excelente	Suficiente	Insuficiente
<b>Localiza los puntos de inflexión 5.1</b>	25	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Define la primera derivada de una función.</li> <li>• Determina en un punto dado una recta tangente utilizando la pendiente del primer derivada.</li> <li>• Utiliza el concepto de perpendicularidad y obtener la recta normal en el punto de tangencia.</li> <li>• Interpreta el resultado de las líneas tangente y normal en una curva determinada.</li> <li>• Expone el significado del modelo del comportamiento de las variables, de acuerdo con los tipos de funciones, con base en los datos del problema.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Define la primera derivada de una función.</li> <li>• Determina en un punto dado una recta tangente utilizando la pendiente del primer derivada.</li> <li>• Utiliza el concepto de perpendicularidad y obtener la recta normal en el punto de tangencia.</li> <li>• Interpreta el resultado de las líneas tangente y normal en una curva determinada.</li> </ul>	<p>Omite realizar alguna de las siguientes acciones:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Define la primera derivada de una función.</li> <li>• Determina en un punto dado una recta tangente utilizando la pendiente del primer derivada.</li> <li>• Utiliza el concepto de perpendicularidad y obtener la recta normal en el punto de tangencia.</li> <li>• Interpreta el resultado de las líneas tangente y normal en una curva determinada.</li> </ul>
<b>Aplicación del criterio de la primera y segunda derivada 5.1</b>	25	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Determina el dominio de la función.</li> <li>• Encuentra los extremos o puntos críticos en los que se anula la derivada.</li> <li>• Comprueba si dicho punto es un extremo.</li> <li>• Comprueba que no haya puntos del dominio para los cuales la función tenga un valor superior que para el máximo.</li> <li>• Busca los puntos de inflexión.</li> <li>• Comprueba la convexidad mediante la gráfica de la función y explica la razón de cambio.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Determina el dominio de la función.</li> <li>• Encuentra los extremos o puntos críticos en los que se anula la derivada.</li> <li>• Comprueba si dicho punto es un extremo.</li> <li>• Comprueba que no haya puntos del dominio para los cuales la función tenga un valor superior que para el máximo.</li> <li>• Busca los puntos de inflexión.</li> </ul>	<p>Omite realizar alguna de las siguientes acciones:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Determina el dominio de la función.</li> <li>• Encuentra los extremos o puntos críticos en los que se anula la derivada.</li> <li>• Comprueba si dicho punto es un extremo.</li> <li>• Comprueba que no haya puntos del dominio para los cuales la función tenga un valor superior que para el máximo.</li> <li>• Busca los puntos de inflexión.</li> </ul>

INDICADORES	%	CRITERIOS		
		Excelente	Suficiente	Insuficiente
<b>Trabajo colaborativo 8.1, 8.2, 8.3</b>	<b>10</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Durante el planteamiento del problema propone la serie de pasos a seguir para llegar a una solución.</li> <li>• Plantea la estrategia aportando opiniones con apertura y considerando de manera reflexiva los puntos de vista de otros compañeros.</li> <li>• Busca soluciones a las dificultades que se presenten durante el transcurso del proyecto.</li> <li>• Asume las responsabilidades asignadas dentro del equipo, con actitud positiva hacia el trabajo.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Durante el planteamiento del problema propone la serie de pasos a seguir para llegar a una solución.</li> <li>• Plantea la estrategia aportando opiniones con apertura y considerando de manera reflexiva los puntos de vista de otros compañeros.</li> <li>• Busca soluciones a las dificultades que se presenten durante el transcurso del proyecto.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Durante el planteamiento del problema se manifiesta indiferente a las propuestas para llegar a una solución.</li> <li>• Impone opiniones ignorando los puntos de vista de otros compañeros.</li> <li>• Explica los pretextos para justificar las dificultades que se presenten durante el transcurso del proyecto.</li> </ul>
<b>Exposición y presentación 7.2</b>	<b>15</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Expresa de manera clara y coherente sus argumentos.</li> <li>• Domina el lenguaje algebraico y matemático para responder a los cuestionamientos.</li> <li>• Utiliza el cálculo de la función derivada para el estudio de fenómenos naturales, sociales y tecnológicos.</li> <li>• Utiliza los recursos a su alcance para recrear a escala la situación planteada en el problema.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Expresa de manera clara y coherente sus argumentos.</li> <li>• Domina el lenguaje algebraico y matemático para responder a los cuestionamientos.</li> <li>• Utiliza el cálculo de la función derivada para el estudio de fenómenos naturales, sociales y tecnológicos.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Su forma de comunicarse es confusa e incoherente.</li> </ul>
	<b>100</b>			

**MATRIZ DE VALORACIÓN O RÚBRICA**

<b>Siglema:</b>	AIND-03	<b>Nombre del módulo:</b>	Análisis derivativo de funciones	<b>Nombre del alumno:</b>	
<b>Docente evaluador:</b>		<b>Grupo:</b>		<b>Fecha:</b>	
<b>Resultado de aprendizaje:</b>	<b>2.2.</b> Calcular la tercera derivada de una función hasta encontrar el punto de inflexión.		<b>Actividad de evaluación:</b>	<b>2.2.1.</b> Ubica en una gráfica las derivadas sucesivas de funciones polinomiales y trigonométricas mediante algoritmos.	

INDICADORES	%	CRITERIOS		
		Excelente	Suficiente	Insuficiente
<b>Procedimientos 5.1</b>	<b>25</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Comprende el problema con claridad. Identifica la incógnita, las cantidades y las condiciones dadas.</li> <li>• Identifica las variables conocidas y desconocidas.</li> <li>• Expresa en forma de ecuaciones la correspondencia entre las variables.</li> <li>• Utiliza las ecuaciones para eliminar todas las variables.</li> <li>• Aplica la determinación de los máximos y mínimos relativos de la función.</li> <li>• Dibuja un diagrama para identificar las cantidades dadas y requeridas, asignando un símbolo a la cantidad que se va a maximizar o minimizar, asimismo, marca las cantidades desconocidas con otros símbolos.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Comprende el problema con claridad. Identifica la incógnita, las cantidades y las condiciones dadas.</li> <li>• Identifica las variables conocidas y desconocidas.</li> <li>• Expresa en forma de ecuaciones la correspondencia entre las variables.</li> <li>• Utiliza las ecuaciones para eliminar todas las variables.</li> <li>• Aplica la determinación de los máximos y mínimos relativos de la función.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Comete errores en la resolución, y muestra vacíos conceptuales entorno al concepto derivativo.</li> </ul>

INDICADORES	%	CRITERIOS		
		Excelente	Suficiente	Insuficiente
<b>Orden y organización 7.2</b>	<b>20</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Utiliza la información dada para hallar la correspondencia entre las variables.</li> <li>• Expresa la correspondencia en forma de ecuación a fin de despejar todas las variables.</li> <li>• Aplica las reglas de derivación inmediata para funciones elementales, y las de operación de funciones y regla de la cadena para funciones compuestas.</li> <li>• Aplica el concepto de derivada de una función en un punto, interpretación gráfica y las propiedades analíticas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Utiliza la información dada para hallar la correspondencia entre las variables.</li> <li>• Expresa la correspondencia en forma de ecuación a fin de despejar todas las variables.</li> <li>• Aplica las reglas de derivación inmediata para funciones elementales, y las de operación de funciones y regla de la cadena para funciones compuestas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Realiza conexiones erradas e identifica conceptos, pero realiza algunas conexiones apropiadas de lo planteado.</li> </ul>
<b>Gráfica 5.1</b>	<b>25</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Determina las coordenadas de los puntos críticos de máximos y mínimos.</li> <li>• Calcula la representación gráfica de la función derivada, mediante el uso de programas de software, mostrando los puntos críticos.</li> <li>• La gráfica representa los resultados del comportamiento de las variables descritas en el problema.</li> <li>• Describe el comportamiento de la gráfica de una función, mediante el análisis de la monotonía, convexidad, identificación de los extremos relativos.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Determina las coordenadas de los puntos críticos de máximos y mínimos.</li> <li>• Calcula la representación gráfica de la función derivada, mediante el uso de programas de software.</li> <li>• La gráfica representa los resultados del comportamiento de las variables descritas en el problema.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Calcula la representación gráfica sin considerar la función derivada,</li> <li>• La gráfica la realiza a mano, sin mostrar los valores de referencia.</li> <li>• La gráfica altera los resultados del comportamiento de las variables descritas en el problema.</li> </ul>
<b>Conclusiones 7.2</b>	<b>25</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Calcula la recta tangente y normal a una curva en un punto dado, usando la interpretación geométrica de su derivada en dicho punto.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Calcula la recta tangente y normal a una curva en un punto dado, usando la interpretación geométrica de su derivada en dicho punto.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Los problemas se resolvieron sin realizar los cálculos derivativos lógicos y deductivos.</li> <li>• Omite comprobar si la función satisface las condiciones de</li> </ul>

INDICADORES	%	CRITERIOS		
		Excelente	Suficiente	Insuficiente
		<ul style="list-style-type: none"> <li>• Aplica la interpretación geométrica y el cálculo de la función derivada en un intervalo, para la resolución de problemas de optimización.</li> <li>• Comprueba si una función satisface las condiciones de derivabilidad para un punto dado.</li> <li>• Comprueba las condiciones bajo las cuáles se pueden determinar las derivadas sucesivas a una función dada.</li> <li>• Comprueba las propiedades analíticas que cumple una determinada función derivable en un intervalo.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Aplica la interpretación geométrica y el cálculo de la función derivada en un intervalo, para la resolución de problemas de optimización.</li> <li>• Comprueba si una función satisface las condiciones de derivabilidad para un punto dado.</li> <li>• Comprueba las condiciones bajo las cuáles se pueden determinar las derivadas sucesivas a una función dada.</li> </ul>	<p>derivabilidad para un punto dado, así como las condiciones bajo para determinar las derivadas sucesivas a una función dada.</p>
<p><b>Colaboración en equipo (Coevaluación) 8.1, 8.2, 8.3</b></p>	5	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Durante el planteamiento del problema propone la serie de pasos a seguir para llegar a una solución.</li> <li>• Plantea la estrategia aportando opiniones con apertura y considerando de manera reflexiva los puntos de vista de otros compañeros.</li> <li>• Busca soluciones a las dificultades que se presenten durante el transcurso del proyecto.</li> <li>• Asume las responsabilidades asignadas dentro del equipo, con actitud positiva hacia el trabajo.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Durante el planteamiento del problema propone la serie de pasos a seguir para llegar a una solución.</li> <li>• Plantea la estrategia aportando opiniones con apertura y considerando de manera reflexiva los puntos de vista de otros compañeros.</li> <li>• Busca soluciones a las dificultades que se presenten durante el transcurso del proyecto.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Durante el planteamiento del problema se manifiesta indiferente a las propuestas para llegar a una solución.</li> <li>• Impone opiniones ignorando los puntos de vista de otros compañeros.</li> <li>• Explica los pretextos para justificar las dificultades que se presenten durante el transcurso del proyecto.</li> </ul>
	100			